دامنه‌ی توابع

تعریف دامنه‌ی تابع: بزرگترین زیرمجموعه‌ای از $\mathbb{R}$ (مجموعه‌ی اعداد حقیقی) که به ازای هر x، $f(x)$ با معنا باشد را دامنه‌ی تابع حقیقی می‌نامیم.

۱- دامنه‌ی تابع چند جمله‌ای: دامنه‌ی توابع یک جمله‌ای‌ها و چند جمله‌ای‌ها $\mathbb{R}$ (و یا مجموعه‌ی اعداد حقیقی می‌باشند) زیرا هیچ محدودیتی برای x نداریم و به ازای هر x، تابع $f(x)$ با معنا می‌باشد.

مثال: دامنه‌ی توابع زیر را بیابید؟

$f(x) = x - 5 \quad D = \mathbb{R}$ دامنه‌ی چند جمله‌ای‌ها برابر $\mathbb{R}$ (یا مجموعه‌ی اعداد حقیقی می‌باشد)

$g(x) = -4x^2 + 4x \quad D = \mathbb{R}$

$h(x) = 7x^3 - 6x^2 + 9x + 10 \quad D = \mathbb{R}$

۲- دامنه‌ی توابع کسری: چون تابع‌های کسری به ازای صفر شدن مخرج تعریف نشده می‌شوند لذا برای محاسبه‌ی توابع کسری باید ریشه‌های مخرج را پیدا کنیم و دامنه‌ی توابع کسری را به صورت $D = \mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$ می‌نویسیم.

مثال:

صفحه‌ی دوم

مثال ۱) دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید ؟

ابتدا ریشه‌های مخرج را می‌یابیم

$$f(x)=\frac{3}{x-5} \Rightarrow x-5=0 \rightarrow x=5$$

$$D=\mathbb{R}-\{5\}$$

$$g(x)=\frac{x^2-100}{x^2+x-6} \Rightarrow x^2+x-6=0 \xrightarrow[\text{جمله مشترک}]{\text{اتحاد}} (x-2)(x+3)=0 \begin{cases} x-2=0 \\ x+3=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases} \quad D=\mathbb{R}-\{2,-3\}$$

$$h(x)=\frac{4-x}{x+10} \Rightarrow x+10=0 \rightarrow x=-10$$

$$D=\mathbb{R}-\{-10\}$$

$$g(x)=\frac{5}{x^2-10x+25} \Rightarrow x^2-10x+25=0 \rightarrow (x-5)^2=0$$

$$x-5=0 \rightarrow x=5$$

$$D=\mathbb{R}-\{5\}$$

$$h(x)=\frac{-5x+1}{x^2+2x-63}$$

$$x^2+2x-63=0 \xrightarrow[\text{مشترک}]{\text{اتحاد جمله}} (x-7)(x+9)=0 \begin{cases} x-7=0 \\ x+9=0 \end{cases}$$

$$x=7 \qquad x=-9 \qquad D=\mathbb{R}-\{7,-9\}$$

$$g(x)=\frac{1}{x^2-49} \longrightarrow x^2-49=0 \xrightarrow[\text{مزدوج}]{\text{اتحاد}} (x+7)(x-7)=0$$

$$x+7=0 \rightarrow x=-7$$

$$x-7=0 \rightarrow x=7$$

$$D=\mathbb{R}-\{7,-7\}$$

$$h(x)=\frac{7}{x^2-64} \qquad x^2-64=0 \xrightarrow[\text{مزدوج}]{\text{اتحاد}} (x+8)(x-8)=0$$

$$\begin{cases} x+8=0 \rightarrow x=-8 \\ x-8=0 \rightarrow x=8 \end{cases}$$

$$D=\mathbb{R}-\{8,-8\}$$

صفحه‌ی سوم :

دامنه‌ی توابع رادیکالی : برای به‌دست آوردن دامنه‌ی توابع رادیکالی ابتدا به فرجه‌ی رادیکال دقت می‌کنیم اگر فرجه‌ی رادیکال زوج باشد ابتدا باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر و یا مساوی صفر قرار دهیم سپس نامساوی را حل کنیم و دامنه را به‌دست آوریم ولی اگر فرجه‌ی رادیکال فرد باشد رادیکال را کلاً نادیده می‌گیریم و سپس زیر رادیکال را تعیین دامنه می‌نماییم. (نکته : اگر رادیکال فرجه نداشته باشد فرجه‌ی آن زوج باشد)

مثال : دامنه‌ی توابع های زیر را به‌دست آورید؟

$f(x) = \sqrt{x-9} \xrightarrow[\text{رادیکال زوج}]{\text{فرجه‌ی}} x-9 \geq 0 \Rightarrow x \geq 9 \quad D = \{x \geq 9\}$

$g(x) = \sqrt[3]{x^2-7} \xrightarrow[\text{فرد}]{\text{فرجه رادیکال}} \xrightarrow[\text{گرفته}]{\text{رادیکال را نادیده}} \Rightarrow D = \mathbb{R}$

عبارت زیر رادیکال دو جمله‌ای است

$h(x) = \sqrt{-x+10} \Rightarrow$ فرجه رادیکال زوج $-x+10 \geq 0 \rightarrow -x \geq -10 \Rightarrow$

$x \leq 10$

$D = \{x \leq 10\}$

$h(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x}{x^2+2x-80}} \xrightarrow[\text{رادیکال فرد}]{\text{فرجه}} x^2+2x-80=0 \xrightarrow[\text{جمله مشترک}]{\text{اتحاد}}$

$(x+10)(x-8)=0 \quad \begin{cases} x+10=0 \\ x-8=0 \end{cases}$

$x=-10 \ , \ x=8$

$D = \mathbb{R} - \{8, -10\}$

$g(x) = \sqrt[5]{\dfrac{-x+1}{x^2-100}}$

$\xrightarrow{\text{فرجه رادیکال}}$ فرد است رادیکال را نادیده می‌گیریم

$x^2-100=0 \Rightarrow (x+10)(x-10)=0 \Rightarrow \begin{cases} x+10=0 \rightarrow x=-10 \\ x-10=0 \rightarrow x=10 \end{cases}$

$D = \mathbb{R} - \{10, -10\}$

صفحه‌ی چهارم :

معرفی انواع برخی از توابع :

۱- تابع چند ضابطه‌ای : به تابع های زیر تابع های چند ضابطه‌ای می‌گوئیم

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & x<-8 \\ x+5 & -8\leq x<10 \\ x-6 & x\geq 10 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} -1 & x<-2 \\ x^2 & -2\leq x\leq 2 \\ x & x>2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 4-x & x\leq -3 \\ x^2 & -3<x\leq 3 \\ x-20 & x>3 \end{cases}$$

$$w(x) = \begin{cases} x^2-2x & x\geq 0 \\ 2 & -1<x<0 \\ 1-x^2 & x<-1 \end{cases}$$

مثال : با توجه به تابع های داده شده مقدارهای خواسته شده را بدست آورید.

$h(-2) = (-2)^2 = 4$

$f(4) = 4+5 = 9$

$w(0) = 0^2 - 2(0) = 0$

$g(0) = 0^2 = 0$

$w(-3) = 1-(-3)^2 = 1-9 = -8$

$g(2) = 2^2 = 4$

$f(11) = 11-6 = 5$

$g(-5) = 4-(-5) = 9$

$f(-9) = 1-(-9) = 1+9 = 10$

$g(11) = 11-20 = -9$

تمرین ۱: دامنه‌ی تابع‌های داده شده را بدست آورید؟

$$f(x) = -x^3 + 10x + 9x + 11$$

$$h(x) = \frac{5-1}{x^2-49}$$

$$h(x) = \sqrt{x^2-6x}$$

$$g(x) = \sqrt{3x^2-11}$$

$$g(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x+10}}$$

$$h(x) = \sqrt[7]{x^2+3x+11}$$

$$h(x) = \sqrt[5]{\frac{x}{x^2-36}}$$

$$g(x) = \sqrt{-3x-27}$$

$$h(x) = \sqrt[7]{\frac{5}{x^2-7x-30}}$$

$$f(x) = \frac{9}{x^2-4x+3}$$

تمرین ۱: مقدارهای داده شده را بیابید؟

$$f(x) = \begin{cases} 4-x & x \leq -3 \\ x^2 & -3 < x \leq 3 \\ x-20 & x > 3 \end{cases}$$

$f(3) = ?$ $\quad f(-3) = ?$ $\quad f(2) = ?$

$f(0) = ?$ $\quad f(-8) = ?$ $\quad f(10) = ?$

صفحه‌ی ششم ۱:

تابع قدر مطلق ۱:

تابع قدر مطلق را می‌توان به شکل یک تابع دو ضابطه‌ای نوشت:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$x \geq 0 \Leftarrow$ اگر x مثبت باشد به صورت

$x < 0 \Leftarrow$ اگر x منفی باشد به صورت

مثال ۱: مقدارهای زیر را به دست آورید؟

$|-10| = 10$ $\qquad$ $|2| = 2$

$|-\pi| = \pi$ $\qquad$ $|-40| = 40$

$|+734| = 734$ $\qquad$ $|-101| = 101$

مثال ۲: تابع‌های قدر مطلق زیر را به شکل توابع دو ضابطه‌ای بنویسید؟

$$f(x) = |-x+11| \Rightarrow |-x+11| = \begin{cases} -x+11 & -x+11 \geq 0 \to \\ -(-x+11) & -x+11 < 0 \to \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+11 & x \leq 11 \\ +x-11 & x > 11 \end{cases}$$

$-x+11 < 0 \Rightarrow$
$-x < -11 \Rightarrow$
$x > 11$

$-x+11 \geq 0 \to -x \geq -11$
$\boxed{x \leq 11}$

$$g(x) = |3x+27|$$

$$|3x+27| = \begin{cases} 3x+27 & 3x+27 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq -27 \Rightarrow x \geq -9 \\ -(3x+27) & 3x+27 < 0 \Rightarrow 3x < -27 \Rightarrow x < -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+27 & x \geq -9 \\ -(3x+27) & x < -9 \end{cases}$$

صفحه‌ی هفتم

$$|-۹x-۸۱| =$$

$$|-۹x-۸۱| = \begin{cases} -۹x-۸۱ & -۹x-۸۱ \geq ۰ \Rightarrow -۹x \geq ۸۱ \Rightarrow x \leq -۹ \\ -(-۹x-۸۱) & -۹x-۸۱ < ۰ \Rightarrow -۹x < ۸۱ \Rightarrow x > -۹ \end{cases}$$

$$|-۹x-۸۱| = \begin{cases} -۹x-۸۱ & x \leq -۹ \\ -(-۹x-۸۱) & x > -۹ \end{cases}$$

تمرین: تابع‌های قدر مطلق زیر را به تابع چندضابطه‌ای تبدیل کنید.

$$f(x) = |-۵x+۳۵|$$

$$g(x) = |-۷x-۴۲|$$

$$g(x) = |+۲x+۱۰|$$

$$h(x) = |-۹x+۱۱|$$

$$g(x) = |۲۰x+۴۰|$$

صفحه‌ی هشتم :

تابع علامت یا (یا تابع سیگنال) $\operatorname{sgn}(x)$:

تابع علامت را به صورت زیر نمایش می دهیم.

تابع $\operatorname{sgn}(x)$ یا تابع علامت را به شکل یک تابع چند ضابطه‌ای می توان نوشت :

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

مثال : مقدار تابع های زیر را بدست آورید؟

$\operatorname{sgn}(0) = 0$

$\operatorname{sgn}(+2) \quad 1$

$\operatorname{sgn}(-1) = -1$

$\operatorname{sgn}(+101) = 1$

$\operatorname{sgn}(-8) = -1$

$\operatorname{sgn}(1000) = 1$

تابع جزء صحیح :

جزء صحیح یک عدد ، یعنی نزدیک ترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی با آن عدد. و با نماد [ ] نمایش می دهیم.

مثال : مقدارهای زیر را بدست آورید؟

$[+2/5] = 2$

$[-7/5] = -8$

$[8/75] = 8$

$[-0/8] = -1$

$[-3/72] = -4$

$[0/25] = 0$

صفحه‌ی نهم :

حد توابع :

حد تابع : تابع $y=f(x)$ را در نظر می‌گیریم اگر متغیر x به سمت عدد a میل کند ممکن است تابع یعنی $f(x)$ به سمت عددی مثل L بی‌نهایت نزدیک شود در این صورت می‌گوییم حد تابع $f(x)$ وقتی متغیر x به سمت عدد a میل کند برابر L است و آن را بصورت زیر نمایش می‌دهیم :

$$\lim_{x\to a} f(x) = L$$

مثال : تابع $f(x)=x+3$ را در نظر می‌گیریم به جدول زیر را دقت کنید :

در جدول زیر x به سمت عدد یک نزدیک می‌شود

x به سمت یک نزدیک می‌شود $\longrightarrow$

x	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸
$f(x)$	۳/۵	۳/۶	۳/۷	۳/۸

$\longrightarrow$

$f(x)$ به سمت عدد ۴ نزدیک می‌شود.

مثال : تابع $f(x)=2x+1$ را در نظر گرفته x را از هر دو طرف چپ و راست :

به عدد ۱ نزدیک می‌کنیم : به جدول های زیر دقت کنید ؟

جدول ۱

x را از سمت چپ به عدد یک نزدیک می‌کنیم :

x	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
$f(x)$	۲	۲/۲	۲/۴	۲/۶	۲/۸

$f(x)$ به سمت عدد ۳ نزدیک می‌شود.

x را از سمت راست به عدد یک نزدیک می‌کنیم :

جدول ۲

x	۱/۵	۱/۴	۱/۳	۱/۲	۱/۱
$f(x)$	۴	۳/۸	۳/۶	۳/۴	۳/۲

$f(x)$ به سمت عدد ۳ نزدیک می‌شود

صفحه‌ی دهم :

در جدول ① می‌بینیم که اگر x از سمت چپ به عدد یک نزدیک شود $f(x)$ به عدد ۳ نزدیک می‌شود. که به صورت زیر می‌نویسیم .

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} 2x+1 = 3$$ حد چپ

در جدول ② می‌بینیم که اگر x از سمت راست به عدد یک نزدیک شود $f(x)$ به عدد ۳ نزدیک می‌شود که به صورت زیر می‌نویسیم :

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} 2x+1 = 3$$ حد راست

تعریف حد چپ : اگر x با مقادیری کوچکتر از a به a نزدیک شود گوییم حد چپ را بررسی کرده‌ایم . (x های کوچکتر از a)

تعریف حد راست : اگر x با مقادیری بزرگ‌تر از a به a نزدیک شود گوییم حد راست را بررسی کرده‌ایم .

قضیه : تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x=a$ دارای حد است اگر و تنها اگر حد راست و حد چپ موجود و برابر باشد .

نکته : حد هر تابع در صورت وجود منحصر به فرد است .

صفحه‌ی یازدهم :

نکته ۱: برای بدست آوردن حد تابع های چندجمله‌ای کافی است مقدار x را در چندجمله‌ای جایگزین کنیم. زیرا در چندجمله‌ایها همان طور که در جدول دیدیم حد راست و حد چپ باهم برابر است..

نکته ۲: برای وجود حد در توابع چندضابطه‌ای و توابع قدرمطلق و تابع های جزء صحیح باید حد چپ و حد راست را محاسبه نماییم اگر حد راست و حد چپ باهم برابر باشند می‌گوییم تابع در نقطه‌ی داده شده دارای حد است. درغیر این صورت تابع در نقطه‌ی داده شده حد ندارد.

نکته ۳: برای بدست آوردن حد تابع های رادیکالی و کسری باید مقدار x را در تابع جایگذاری کنیم.

مثال: حد تابع های داده شده را در نقاط داده شده بدست آورید؟

$f(x) = 4x + 3$ در نقطه‌ی $x = 4$

$$\lim_{x \to 4} f(x) = \lim_{x \to 4} 4x + 3 = \lim 4(4) + 3 = 16 + 3 = 19$$

صفحه ی دوازدهم :

مثال : حد تابع های داده شده را در نقاط زیر بدست آورید ؟

همان طور که در نکات قبل گفتیم تابع های چند جمله ای و رادیکالی و کسری باید مقدار x را در تابع جایگذاری کنیم.

$$\lim_{x \to 2} 5x^2+3x+2 = \lim 5(2)^2+3(2)+2 = \lim 5(4)+6+2 = 20+6+2 = \underline{\underline{28}}$$

$$\lim_{x \to -3} -6x+9 = \lim -6(-3)+9 = \lim +18+9 = \underline{\underline{27}}$$

$$\lim_{x \to 3} \sqrt{6x+9} = \lim \sqrt{6(3)+9} = \sqrt{27}$$

$$\lim_{x \to 6} \frac{5x+1}{-3x+2} = \lim \frac{5(6)+1}{-3(6)+2} = \lim \frac{30+1}{-18+2} = \frac{31}{-16}$$

$$\lim_{x \to -3} -6x+9 = \lim -6(-3)+9 = \lim 18+9 = 27$$

$$\lim_{x \to 2} \sqrt[3]{5x-2} = \lim \sqrt[3]{5(2)-2} = \lim \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{6x+9}{3x} = \lim \frac{6(3)+9}{3(3)} = \lim \frac{18+9}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

$$\lim_{x \to -4} \frac{-5}{x+7} = \lim \frac{-5}{-4+7} = \lim \frac{-5}{+3} = \frac{5}{3}$$

صفحه ی سیزدهم:

حد توابع چند ضابطه ای:

مثال ۱:

حد تابع های زیر را در نقاط داده شده بدست آورید؟

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & x\leq -2 \\ 3-x & x>-2 \end{cases}$$

در نقطه ی $x=-2$

تابع از نوع دو ضابطه ای است لذا هم حد راست و هم حد چپ باید بررسی شود (بنابه نکته

حد راست $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-2)^+} 3-x=\lim 3-(-2)=\lim 3+2=5$

حد چپ $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-2)^-} 3+x=\lim 3+(-2)=3-2=1$

چون حد راست و حد چپ با هم برابر نیست لذا تابع در نقطه ی $x=-2$ دارای حد نیست.

مثال ۲:

حد توابع زیر را در نقاط $x=1$ بدست آورید؟

$$f(x)=\begin{cases} 5x-1 & x\leq 1 \\ 2-3x & x>1 \end{cases}$$

تابع دو ضابطه ای است لذا هم حد راست و هم حد چپ محاسبه می شود.

حد راست $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} (2-3x)=\lim 2-3(1)=2-3=-1$

حد چپ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} (5x-1)=\lim 5(1)-1=\lim 5-1=4$

حد چپ و راست برابر نیستند لذا تابع در نقطه ی $x=1$ حد ندارد

صفحه‌ی چهاردهم

حد توابع قدر مطلق:

مثال: حد تابع $\lim_{x\to 4}|x-4|$ را بدست آورید؟

حل: تابع فوق یک تابع قدر مطلق می‌باشد و چون تابع قدر مطلق را می‌توان به شکل یک تابع دوضابطه‌ای نوشت لذا داریم:

$$|x-4| = \begin{cases} x-4 & x-4 \geq 0 \\ -(x-4) & x-4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4 & x \geq 4 \\ -x+4 & x < 4 \end{cases}$$

لذا باید هم حد راست و هم حد چپ را بررسی کنیم:

حد راست $\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+}(x-4) = \lim(4-4) = 0$

حد چپ $\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} -(x-4) = \lim -(4-4) = 0$

حد راست و چپ برابر است لذا تابع در نقطه‌ی $x=4$ دارای حد می‌باشد.

مثال: حد تابع $f(x)=|-x+20|$ را در نقطه‌ی $x=20$ بدست آورید؟

حل: تابع فوق یک تابع قدر مطلق می‌باشد. پس داریم:

$$|-x+20| = \begin{cases} -x+20 & -x+20 \geq 0 \\ -(-x+20) & -x+20 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x+20 & x \leq 20 \\ +x-20 & x > 20 \end{cases}$$

$-x+20 \geq 0 \Rightarrow -x \geq -20$, $x \leq 20$ | $-x < -20 \Rightarrow x > 20$

حد راست $\lim_{x\to 20^+} f(x) = \lim(+x-20) = \lim(20-20) = 0$

حد چپ $\lim_{x\to 20^-} f(x) = \lim_{x\to 20^-}(-x+20) = \lim(-20+20) = 0$

حد راست و چپ برابرند پس تابع در نقطه‌ی $x=20$ دارای حد است.

صفحه‌ی پانزدهم:

حد تابع جزء صحیح: برای محاسبه‌ی حد تابع های جزء صحیح باید حد راست و حد چپ را محاسبه نماییم. اگر حد راست و حد چپ برابر باشند تابع در نقطه‌ی مورد نظر حد دارد ولی اگر حد راست و حد چپ باهم برابر نباشند تابع دارای حد نمی باشد.

مثال ۱: حد تابع $f(x)=[x]$ را در نقطه‌ی $x=3$ بدست آورید؟

برای بررسی حد توابع جزء صحیح باید حد راست و حد چپ را بررسی کنیم: $f(x)=[x]$

$x \to 3$

لذا داریم:

حد راست $\lim_{x\to 3^+}[x] = \lim[3^+] = 3$

حد چپ $\lim_{x\to 3^-}[x] = \lim[3^-] = 2$

حد چپ و حد راست برابر نیستند لذا [illegible] وجود ندارد

مثال ۲: حد تابع $f(x)=[x]+[x+1]$ را در نقطه‌ی $x=2$ بررسی نمایید؟

باید حد راست و حد چپ بررسی شود.

حد راست $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}[x]+[x+1] = \lim\left[\underset{\underset{2.25}{\downarrow}}{2^+}\right]+\left[\underset{\underset{2.25}{\downarrow}}{2^+}+1\right] = 2+3=5$

حد چپ $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-}[x]+[x+1] = \lim\left[\underset{\underset{1.85}{\downarrow}}{2^-}\right]+\left[\underset{\underset{1.85}{\downarrow}}{2^-}+1\right] = 1+2=3$

حد راست و حد چپ برابر نیستند لذا تابع در نقطه‌ی مورد نظر دارای حد نمی باشد.

صفحه‌ی شانزدهم

مثال ۱: حد تابع $f(x)=[x]+[-x]$ را در نقطه‌ی $x=3$ بررسی نمائید؟

حد راست و چپ را بررسی می‌کنیم:

حد راست $\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} [x]+[-x] = \lim [3^+]+[-(3^+)] =$

$[-3{,}25] = -4$

$\lim 3+(-4) = -1$

حد چپ $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} [x]+[-x] = \lim [3^-]+[-(3^-)] = 2-3 = -1$

$[2{,}75] \Rightarrow 2$ ، $[-2{,}75] \Rightarrow -3$

تابع در حد راست و چپ با هم برابر است لذا تابع در نقطه‌ی $x=3$ دارای حد می‌باشد.

تمرین ۲: حد تابع های داده شده را در نقاط مفروض بیابید؟

$\lim [x]+[4+x]$ در نقطه‌ی $x=3$

$\lim [x]+[x+2]$ در نقطه‌ی $x=2$

$\lim [x]+[x+1]$ در نقطه‌ی $x=-1$

$\lim [x]+[-x]$ در نقطه‌ی $x=2$

$\lim [x]$ در نقطه‌ی $x=8$

$\lim [x]+30$ در نقطه‌ی $x=2$

صفحه‌ی هفدهم :۱۰

تمرین ۲:

حد تابع های قدر مطلق زیر را در نقاط مفروض بیابید؟

$f(x) = |x+10|$ در نقطه‌ی $x=-19$

$f(x) = |-x+3|$ در نقطه‌ی $x=3$

$f(x) = |x-7|$ در نقطه‌ی $x=7$

$f(x) = |-x-11|$ در نقطه‌ی $x=-11$

تمرین ۱: حد تابع های چند ضابطه‌ای زیر را در نقاط مفروض بدست آورید؟

$$f(x) = \begin{cases} x & x \leq 1 \\ -3x+4 & 1 < x < 4 \\ -2x & x \geq 4 \end{cases}$$

در نقطه‌ی $x=4$

$$h(x) = \begin{cases} 3+x^2 & x < -2 \\ 0 & x = -2 \\ 11-x^2 & x > -2 \end{cases}$$

در نقطه‌ی $x=-2$

$$g(x) = \begin{cases} -1 & x < -2 \\ x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ x & x > 2 \end{cases}$$

در نقطه‌ی $x=2$

$$L(x) = \begin{cases} x^2-2x & x \geq 0 \\ 2 & -1 < x < 0 \\ 1-x^2 & x < -1 \end{cases}$$

در نقطه‌ی $x=0$ و

در نقطه‌ی $x=-1$