صفحه‌ی اول

دامنه‌ی توابع

تعریف دامنه‌ی تابع: بزرگترین زیرمجموعه‌ای از $\mathbb{R}$ (مجموعه‌ی اعداد حقیقی) که به ازای هر x ، $f(x)$ بامعنا باشد را دامنه‌ی تابع حقیقی می‌نامیم.

۱- دامنه‌ی تابع چند جمله‌ای: دامنه‌ی توابع یک جمله‌ای‌ها و چند جمله‌ای‌ها $\mathbb{R}$ (یا مجموعه‌ی اعداد حقیقی می‌باشند) زیرا هیچ محدودیتی برای x نداریم و به ازای هر x ، تابع $f(x)$ بامعنا می‌باشد.

مثال: دامنه‌ی توابع زیر را بیابید؟

دامنه‌ی چند جمله‌ای‌ها برابر $\mathbb{R}$ (یا مجموعه‌ی اعداد حقیقی می‌باشد)

$f(x) = x - 5 \quad D = \mathbb{R}$

$g(x) = -4x^2 + 4x \qquad D = \mathbb{R}$

$h(x) = 7x^3 - 6x^2 + 9x + 10 \qquad D = \mathbb{R}$

۲- دامنه‌ی توابع کسری: چون تابع‌های کسری به ازای صفر شدن مخرج تعریف نشده می‌شوند لذا برای محاسبه‌ی توابع کسری باید ریشه‌های مخرج را پیدا کنیم و دامنه‌ی توابع کسری را به صورت $D = \mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$ بنویسیم.

مثال:

صفحه‌ی دوم

مثال ۱: دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید؟

ابتدا ریشه‌های مخرج را می‌یابیم

$$f(x)=\frac{3}{x-5} \Rightarrow x-5=0 \to x=5$$

$$D=\mathbb{R}-\{5\}$$

$$g(x)=\frac{x^2-100}{x^2+x-6} \Rightarrow x^2+x-6=0 \xrightarrow[\text{جمله مشترک}]{\text{اتحاد}} (x-2)(x+3)=0 \quad \begin{cases} x-2=0 \\ x+3=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases} \quad D=\mathbb{R}-\{2,-3\}$$

$$h(x)=\frac{4-x}{x+10} \Rightarrow x+10=0 \to x=-10$$

$$D=\mathbb{R}-\{-10\}$$

$$g(x)=\frac{5}{x^2-10x+25} \Rightarrow x^2-10x+25=0 \to (x-5)^2=0$$

$$x-5=0 \to x=5$$

$$D=\mathbb{R}-\{5\}$$

$$h(x)=\frac{-5x+1}{x^2+2x-63}$$

$$x^2+2x-63=0 \xrightarrow[\text{مشترک}]{\text{اتحاد جمله}} (x-7)(x+9)=0 \quad \begin{cases} x-7=0 \\ x+9=0 \end{cases}$$

$$x=7$$

$$x=-9 \quad D=\mathbb{R}-\{7,-9\}$$

$$g(x)=\frac{1}{x^2-49} \longrightarrow x^2-49=0 \xrightarrow[\text{مزدوج}]{\text{اتحاد}} (x+7)(x-7)=0$$

$$x+7=0 \to x=-7$$

$$x-7=0 \to x=7$$

$$D=\mathbb{R}-\{7,-7\}$$

$$h(x)=\frac{7}{x^2-64} \quad x^2-64=0 \xrightarrow[\text{مزدوج}]{\text{اتحاد}} (x+8)(x-8)=0$$

$$\begin{cases} x+8=0 \to x=-8 \\ x-8=0 \to x=8 \end{cases}$$

$$D=\mathbb{R}-\{8,-8\}$$

صفحه‌ی سوم :)

دامنه‌ی توابع رادیکالی : برای بدست آوردن دامنه‌ی توابع رادیکالی ابتدا به فرجه‌ی رادیکال دقت می‌کنیم اگر فرجه‌ی رادیکال زوج باشد ابتدا باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر و یا مساوی صفر قرار دهیم سپس نامساوی را حل کنیم و دامنه را بدست آوریم ولی اگر فرجه‌ی رادیکال فرد باشد رادیکال را کلاً نادیده می‌گیریم و سپس زیر رادیکال را تعیین دامنه می‌نماییم. (نکته: اگر رادیکال فرجه نداشته باشد فرجه‌ی آن زوج باشد)

مثال: دامنه‌ی تابع های زیر را بدست آورید؟

$$f(x)=\sqrt{x-9} \xrightarrow[\text{رادیکال زوج}]{\text{فرجه‌ی}} x-9 \geq 0 \Rightarrow x \geq 9 \qquad D=\{x \geq 9\}$$

$$g(x)=\sqrt[3]{x^2-7} \xrightarrow[\text{فرد}]{\text{فرجه رادیکال}} \xrightarrow[\text{گرفته}]{\text{رادیکال را نادیده}} \Rightarrow D=\mathbb{R}$$

عبارت زیر رادیکال دو جمله‌ای است

$$h(x)=\sqrt{-x+10} \Rightarrow \text{فرجه رادیکال زوج} \quad -x+10 \geq 0 \rightarrow -x \geq -10 \Rightarrow$$

$$x \leq 10$$

$$D=\{x \leq 10\}$$

$$h(x)=\sqrt[3]{\frac{x}{x^2+2x-80}} \xrightarrow[\text{رادیکال فرد}]{\text{فرجه}} x^2+2x-80=0 \xrightarrow[\text{جمله مشترک}]{\text{اتحاد}}$$

$$(x+10)(x-8)=0 \quad \begin{cases} x+10=0 \\ x-8=0 \end{cases}$$

$$x=-10 \,,\; x=8 \qquad D=\mathbb{R}-\{8,-10\}$$

$$g(x)=\sqrt[5]{\frac{-x+1}{x^2-100}}$$

$$\xrightarrow[\text{فرد است رادیکال را نادیده می‌گیریم}]{\text{فرجه رادیکال}} x^2-100=0 \Rightarrow (x+10)(x-10)=0 \Rightarrow \begin{cases} x+10=0 \rightarrow x=-10 \\ x-10=0 \rightarrow x=10 \end{cases}$$

$$D=\mathbb{R}-\{10,-10\}$$

صفحه‌ی چهارم :

معرفی انواع برخی از توابع :

۱- تابع چند ضابطه‌ای : به تابع های زیر تابع های چند ضابطه‌ای می‌گوییم

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & x<-8 \\ x+5 & -8\leq x<10 \\ x-6 & x\geq 10 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} -1 & x<-2 \\ x^2 & -2\leq x\leq 2 \\ x & x>2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 4-x & x\leq -3 \\ x^2 & -3<x\leq 3 \\ x-20 & x>3 \end{cases}$$

$$w(x) = \begin{cases} x^2-2x & x\geq 0 \\ 2 & -1\leq x<0 \\ 1-x^2 & x<-1 \end{cases}$$

مثال : با توجه به تابع های داده شده مقدارهای خواسته شده را به دست آورید.

$h(-2) = (-2)^2 = 4$

$f(4) = 4+5 = 9$

$w(0) = 0^2 - 2(0) = 0$

$g(0) = 0^2 = 0$

$w(-3) = 1-(-3)^2 = 1-9 = -8$

$g(2) = 2^2 = 4$

$f(11) = 11-6 = 5$

$g(-5) = 4-(-5) = 9$

$f(-9) = 1-(-9) = 1+9 = 10$

$g(11) = 11-20 = -9$

صفحه‌ی پنجم: ۲

تمرین ۱: دامنه‌ی تابع‌های داده شده را بدست آورید؟

$h(x) = \dfrac{5-1}{x^2-49}$

$f(x) = -x^3 + 10x + 9x + 11$

$g(x) = \sqrt{3x^2 - 11}$

$h(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$

$h(x) = \sqrt[7]{x^2 + 3x + 11}$

$g(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x}{x+10}}$

$g(x) = \sqrt{-3x - 27}$

$h(x) = \sqrt[5]{\dfrac{x}{x^2 - 36}}$

$f(x) = \dfrac{9}{x^2 - 4x + 3}$

$h(x) = \sqrt[7]{\dfrac{5}{x^2 - 7x - 30}}$

تمرین ۲: مقدارهای داده شده را بیابید؟

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x & x \leq -3 \\ x^2 & -3 < x \leq 3 \\ x - 20 & x > 3 \end{cases}$$

$f(2) = ?$ $f(-3) = ?$ $f(3) = ?$

$f(10) = ?$ $f(-8) = ?$ $f(0) = ?$

صفحه‌ی ششم ۱:

تابع قدر مطلق ۱:

تابع قدر مطلق را می‌توان به شکل یک تابع دو ضابطه‌ای نوشت:

$$f(x)=|x|=\begin{cases} x & x\geq 0 \\ -x & x<0 \end{cases}$$

$x \geq 0 \Leftarrow$ اگر x مثبت باشد به صورت

$x < 0 \Leftarrow$ اگر x منفی باشد به صورت

مثال ۱: مقدارهای زیر را به دست آورید؟

$|-10| = 10 \qquad |2| = 2$

$|-\pi| = \pi \qquad |-40| = 40$

$|+734| = 734 \qquad |-101| = 101$

مثال ۲: تابع‌های قدر مطلق زیر را به شکل توابع دو ضابطه‌ای بنویسید؟

$$f(x)=|-x+11| \Rightarrow |-x+11| = \begin{cases} -x+11 & -x+11 \geq 0 \rightarrow \\ -(-x+11) & -x+11 < 0 \rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+11 & x \leq 11 \\ +x-11 & x>11 \end{cases}$$

$-x+11<0 \Rightarrow -x<-11 \Rightarrow x>11$

$-x+11 \geq 0 \rightarrow -x \geq -11$

$\boxed{x \leq 11}$

$$g(x)=|3x+27|$$

$$|3x+27| = \begin{cases} 3x+27 & 3x+27 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq -27 \Rightarrow x \geq -9 \\ -(3x+27) & 3x+27<0 \Rightarrow 3x<-27 \Rightarrow x<-9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+27 & x \geq -9 \\ -(3x+27) & x<-9 \end{cases}$$

صفحه‌ی هفتم

$$|-۹x-۸۱| =$$

$$|-۹x-۸۱| = \begin{cases} -۹x-۸۱ & -۹x-۸۱ \geq ۰ \Rightarrow -۹x \geq ۸۱ \Rightarrow x \leq -۹ \\ -(-۹x-۸۱) & -۹x-۸۱ < ۰ \Rightarrow -۹x < ۸۱ \Rightarrow x > -۹ \end{cases}$$

$$|-۹x-۸۱| = \begin{cases} -۹x-۸۱ & x \leq -۹ \\ -(-۹x-۸۱) & x > -۹ \end{cases}$$

تمرین: تابع‌های قدر مطلق زیر را به تابع چندضابطه‌ای تبدیل کنیم ؟

$$f(x) = |-۵x+۲۵|$$

$$g(x) = |-۷x-۴۲|$$

$$g(x) = |+۲x+۱۰|$$

$$h(x) = |-۹x+۱۱|$$

$$g(x) = |۲۰x+٤۰|$$

صفحه‌ی هشتم :)

تابع علامت یا (یا تابع سیگنال) sgn(x) :

تابع علامت را به صورت زیر نمایش می دهیم.

تابع sgn(x) یا تابع علامت را به شکل یک تابع چند ضابطه‌ای می توان نوشت :

$$sgn(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

مثال : مقدار تابع های زیر را بدست آورید؟

$sgn(0) = 0$

$sgn(+2)$ 1

$sgn(-1) = -1$

$sgn(+101) = 1$

$sgn(-8) = -1$

$sgn(1000) = 1$

تابع جزء صحیح :)

جزء صحیح یک عدد ، یعنی نزدیک ترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی با آن عدد. و با نماد [ ] نمایش می دهیم.

مثال : مقدارهای زیر را بدست آورید؟

$[+2,5] = 2$

$[-7,5] = -8$

$[8,75] = 8$

$[-0/8] = -1$

$[-3,72] = -4$

$[0,25] = 0$

صفحه‌ی نهم :

حد توابع :

حد تابع :) تابع $y = f(x)$ را درنظر می‌گیریم اگر متغیر x به سمت عدد a میل کند ممکن است تابع یعنی $f(x)$ به سمت عددی مثل L بی‌نهایت نزدیک شود در این صورت می‌گوییم حد تابع $f(x)$ وقتی متغیر x به سمت عدد a میل کند برابر L است و آن را بصورت زیر نمایش می‌دهیم : $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$

مثال :) تابع $f(x) = x + ۳$ را درنظر می‌گیریم به جدول زیر را دقت کنید :

در جدول زیر x به سمت عدد یک نزدیک می‌شود

x به سمت یک نزدیک می‌شود

x	۰٫۵	۰٫۶	۰٫۷	۰٫۸
$f(x)$	۳٫۵	۳٫۶	۳٫۷	۳٫۸

$f(x)$ به سمت عدد ۴ نزدیک می‌شود.

مثال :) تابع $f(x) = ۲x + ۱$ را درنظر گرفته x را از هر دو طرف چپ و راست :

به عدد ۱ نزدیک می‌کنیم : به جدول های زیر دقت کنید ؟

جدول ۱

x	۰٫۵	۰٫۶	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹
$f(x)$	۲	۲٫۲	۲٫۴	۲٫۶	۲٫۸

x را از سمت چپ به عدد یک نزدیک می‌کنیم :

$f(x)$ به سمت عدد ۳ نزدیک می‌شود.

x را از سمت راست به عدد یک نزدیک می‌کنیم :

جدول ۲

x	۱٫۵	۱٫۴	۱٫۳	۱٫۲	۱٫۱
$f(x)$	۴	۳٫۸	۳٫۶	۳٫۴	۳٫۲

$f(x)$ به سمت عدد ۳ نزدیک می‌شود

صفحه‌ی دهم :

در جدول ① می‌بینیم که اگر x از سمت چپ به عدد یک نزدیک شود $f(x)$ به عدد ۳ نزدیک می‌شود. که به صورت زیر می‌نویسیم.

حد چپ $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} 2x+1 = 3$

در جدول ② می‌بینیم که اگر x از سمت راست به عدد یک نزدیک شود $f(x)$ به عدد ۳ نزدیک می‌شود که به صورت زیر می‌نویسیم :

حد راست $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} 2x+1 = 3$

تعریف حد چپ : اگر x با مقادیری کوچکتر از a به a نزدیک شود گوییم حد چپ را بررسی کرده‌ایم. (xهای کوچکتر از a)

تعریف حد راست : اگر x با مقادیری بزرگ‌تر از a به a نزدیک شود گوئیم حد راست را بررسی کرده‌ایم.

قضیه : تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x=a$ دارای حد است اگر و تنها اگر حد راست و حد چپ موجود و برابر باشند.

نکته : حد هر تابع در صورت وجود منحصر به فرد است.

صفحه‌ی یازدهم:

نکته ۱: برای بدست آوردن حد تابع های چند جمله‌ای کافی است مقدار x را در چند جمله‌ای جایگزین کنیم. زیرا در چند جمله‌ایها همان طور که در جدول دیدیم حد راست و حد چپ باهم برابر است.

نکته ۱: برای وجود حد در توابع چند ضابطه‌ای و توابع قدر مطلق و تابع های جز صحیح باید حد چپ و حد راست را محاسبه نماییم اگر حد راست و حد چپ باهم برابر باشند می‌گوییم تابع در نقطه‌ی داده شده دارای حد است. در غیر این صورت تابع در نقطه‌ی داده شده حد ندارد.

نکته ۱: برای بدست آوردن حد تابع های رادیکالی و کسری باید مقدار x را در تابع جایگذاری کنیم.

مثال: حد تابع های داده شده را در نقاط داده شده بدست آورید؟

$f(x) = 4x + 3$ در نقطه‌ی $x = 4$

$$\lim_{x \to 4} f(x) = \lim_{x \to 4} 4x + 3 = \lim 4(4) + 3 = 16 + 3 = \underline{\underline{19}}$$

صفحه‌ی دوازدهم :

مثال: حد تابع‌های داده شده را در نقاط زیر بدست آورید ؟

همان طور که در نکات قبل گفتیم تابع های چند جمله ای و رادیکالی و کسری باید مقدار x را در تابع جایگذاری کنیم.

$$\lim_{x\to 2} 5x^2+3x+2 = \lim 5(2)^2+3(2)+2 = \lim 5(4)+6+2 = 20+6+2 = \underline{28}$$

$$\lim_{x\to -3} -6x+9 = \lim -6(-3)+9 = \lim +18+9 = \underline{27}$$

$$\lim_{x\to 3} \sqrt{6x+9} = \lim \sqrt{6(3)+9} = \sqrt{27}$$

$$\lim_{x\to 6} \frac{5x+1}{-3x+2} = \lim \frac{5(6)+1}{-3(6)+2} = \lim \frac{30+1}{-18+2} = \frac{31}{-16}$$

$$\lim_{x\to -3} -6x+9 = \lim -6(-3)+9 = \lim 18+9 = 27$$

$$\lim_{x\to 2} \sqrt[3]{5x-2} = \lim \sqrt[3]{5(2)-2} = \lim \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{6x+9}{3x} = \lim \frac{6(3)+9}{3(3)} = \lim \frac{18+9}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

$$\lim_{x\to -4} \frac{-5}{x+7} = \lim \frac{-5}{-4+7} = \lim \frac{-5}{+3} = \frac{5}{3}$$

صفحه‌ی سیزدهم:

حد توابع چند ضابطه‌ای:

مثال ۲)

حد تابع‌های زیر را در نقاط داده شده بدست آورید؟

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & x<-2 \\ 3-x & x>-2 \end{cases}$$

در نقطه‌ی $x=-2$

تابع از نوع دو ضابطه‌ای است لذا هم حد راست و هم حد چپ باید بررسی شود (مثال به نقطه

حد راست $\lim_{x\to(-2)^+} f(x) = \lim_{x\to(-2)^+} 3-x = \lim 3-(-2) = \lim 3+2 = 5$

حد چپ $\lim_{x\to(-2)^-} f(x) = \lim_{x\to(-2)^-} 3+x = \lim 3+(-2) = 3-2 = 1$

چون حد راست و حد چپ باهم برابر نیست لذا تابع در نقطه‌ی $x=-2$ دارای حد نیست.

مثال ۱)

حد توابع زیر را در نقاط $x=1$ بدست آورید؟

$$f(x)=\begin{cases} 5x-1 & x<1 \\ 2-3x & x>1 \end{cases}$$

تابع دو ضابطه‌ای است لذا هم حد راست و هم حد چپ محاسبه می‌شود.

حد راست $\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+} (2-3x) = \lim 2-3(1) = 2-3 = -1$

حد چپ $\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^-} (5x-1) = \lim 5(1)-1 = \lim 5-1 = 4$

حد چپ و راست برابر نیستند لذا تابع در نقطه‌ی $x=1$ حد ندارد

صفحه‌ی چهاردهم

حد توابع قدر مطلقی:

مثال: حد تابع $\lim\limits_{x \to 4} |x-4|$ را بدست آورید؟

حل: تابع فوق یک تابع قدر مطلقی می‌باشد و چون تابع قدر مطلق را می‌توان به شکل یک تابع دوضابطه‌ای نوشت لذا داریم:

$$|x-4| = \begin{cases} x-4 & x-4 \geq 0 \\ -(x-4) & x-4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4 & x \geq 4 \\ -x+4 & x < 4 \end{cases}$$

لذا باید هم حد راست و هم حد چپ را بررسی کنیم:

حد راست $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 4^+} (x-4) = \lim (4-4) = 0$

حد چپ $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 4^-} -(x-4) = \lim -(4-4) = 0$

حد راست و چپ برابر است لذا تابع در نقطه‌ی $x=4$ دارای حد می‌باشد.

مثال: حد تابع $f(x) = |-x+20|$ را در نقطه‌ی $x=20$ بدست آورید؟

حل: تابع فوق یک تابع قدر مطلق می‌باشد. پس داریم:

$$|-x+20| = \begin{cases} -x+20 & -x+20 \geq 0 \\ -(-x+20) & -x+20 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x+20 & x \leq 20 \\ +x-20 & x > 20 \end{cases}$$

$-x+20 \geq 0 \Rightarrow -x \geq -20$ $\quad x \leq 20$ | $-x < -20 \Rightarrow x > 20$

حد راست $\lim\limits_{x \to 20^+} f(x) = \lim (+x-20) = \lim (20-20) = 0$

حد چپ $\lim\limits_{x \to 20^-} f(x) = \lim (-x+20) = \lim (-20+20) = 0$

حد راست و چپ برابرند پس تابع در نقطه‌ی $x=20$ دارای حد است.

صفحه‌ی پانزدهم:

حد تابع جزء صحیح: برای محاسبه‌ی حد تابع های جزء صحیح باید حد راست و حد چپ را محاسبه نماییم. اگر حد راست و چپ برابر باشند تابع در نقطه‌ی مورد نظر حد دارد ولی اگر حد راست و چپ باهم برابر نباشند تابع دارای حد نمی باشد.

مثال ۱: حد تابع $f(x)=[x]$ را در نقطه‌ی $x=3$ بدست آورید؟

برای بررسی توابع جزء صحیح باید حد راست و حد چپ را بررسی کنیم: $f(x)=[x]$

$x\to 3$

لذا داریم:

حد راست $\lim_{x\to 3^+}[x]=\lim[3^+]=3$

حد چپ $\lim_{x\to 3^-}[x]=\lim[3^-]=2$

حد چپ و حد راست برابر نیستند

لذا [illegible] وجود ندارد

مثال ۲: حد تابع $f(x)=[x]+[x+1]$ را در نقطه‌ی $x=2$ بررسی نمایید؟

باید حد راست و حد چپ بررسی شود.

حد راست $\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}[x]+[x+1]=\lim\left[\underset{\downarrow\,2.25}{2^+}\right]+\left[\underset{\downarrow\,2.25}{2^+}+1\right]=2+3=5$

حد چپ $\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}[x]+[x+1]=\lim\left[\underset{\downarrow\,1.85}{2^-}\right]+\left[\underset{\downarrow\,1.85}{2^-}+1\right]=1+2=3$

حد راست و حد چپ برابر نیستند لذا تابع در نقطه‌ی مورد نظر دارای حد نمی باشد.

صفحه‌ی شانزدهم

مثال ۱: حد تابع $f(x)=[x]+[-x]$ را در نقطه‌ی $x=3$ بررسی نمائید؟

حد راست و چپ را بررسی می‌کنیم:

حد راست $\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} [x]+[-x] = \lim [3^+]+[-(3^+)] =$

$[-3{,}25] = -4$

$\lim 3+(-4) = -1$

حد چپ $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} [x]+[-x] = \lim [3^-]+[-(3^-)] = 2-3 = -1$

$[2{,}75] \Rightarrow 2$ $\qquad [-2{,}75] \Rightarrow -3$

تابع در حد راست و چپ با هم برابر است لذا تابع در نقطه‌ی $x=3$ دارای حد می‌باشد.

تمرین ۲: حد تابع های داده شده را در نقاط مفروض بیابید؟

$\lim [x]+[4+x]$ در نقطه‌ی $x=3$

$\lim [x]+[x+2]$ در نقطه‌ی $x=2$

$\lim [x]+[x+1]$ در نقطه‌ی $x=-1$

$\lim [x]+[-x]$ در نقطه‌ی $x=2$

$\lim [x]$ در نقطه‌ی $x=8$

$\lim [x]+35$ در نقطه‌ی $x=2$

صفحه‌ی هفدهم :

تمرین ۲:

حد تابع های قدر مطلق زیر را در نقاط مفروض بیابید ؟

$f(x) = |x+10|$ در نقطه ی $x=-10$

$f(x) = |-x+3|$ در نقطه ی $x=3$

$f(x) = |x-7|$ در نقطه ی $x=7$

$f(x) = |-x-11|$ در نقطه ی $x=-11$

تمرین ۱: حد تابع های چند ضابطه ای زیر را در نقاط مفروض بدست آورید ؟

$$f(x) = \begin{cases} x & x \leq 1 \\ -3x+4 & 1 < x < 4 \\ -2x & x \geq 4 \end{cases}$$

در نقطه ی $x=4$

$$h(x) = \begin{cases} 3+x^2 & x < -2 \\ 0 & x = -2 \\ 11-x^2 & x > -2 \end{cases}$$

در نقطه ی $x=-2$

$$g(x) = \begin{cases} -1 & x < -2 \\ x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ x & x > 2 \end{cases}$$

در نقطه ی $x=2$

$$L(x) = \begin{cases} x^2-2x & x \geq 0 \\ 2 & -1 < x < 0 \\ 1-x^2 & x < -1 \end{cases}$$

در نقطه ی $x=0$ و

در نقطه ی $x=-1$