فصل ششم: انتقال حرارت جابه‌جایی

Chapter 6:Introduction of convection (fundamental of converection)

$$dq'' = h(T_s - T_\infty) \Rightarrow q = hA_s(T_s - T_\infty)$$

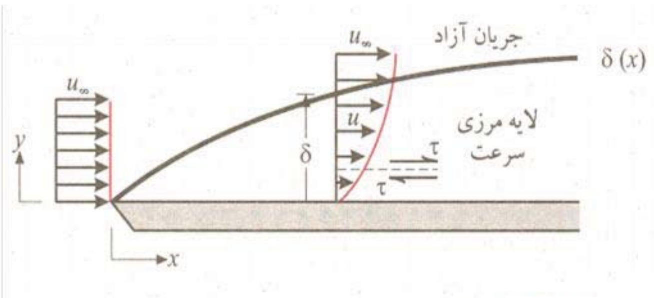
*** h به پارامترهای زیر بستگی دارد (خواص سیال)**

$$h\begin{cases} \textit{fluid}\ \text{proprtios}\,(\text{k}, \text{cp}, \mu, \text{p}) \\ \text{surface Geometry} \end{cases}$$

$$q = \int h(T_{s-}T_\infty)dA_S = (T_s - T_\infty)\int_{As} hdA_s = hA_s(T_s - T_\infty)$$

$$h = \frac{1}{A_S}\int_{As} hdA_s \qquad\qquad h = \frac{1}{l}\int^l hdx$$

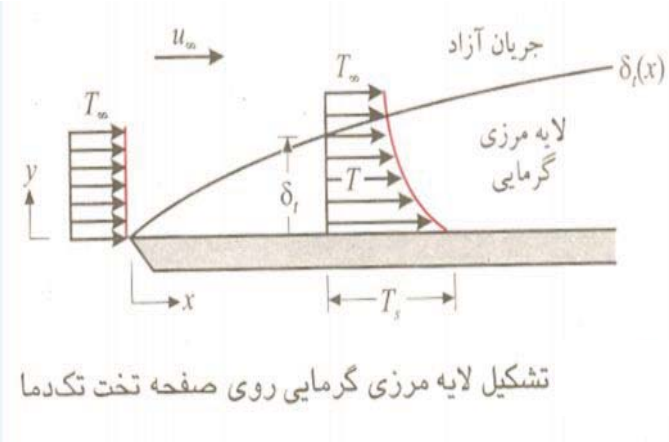
لایه مرزی سرعت: (the velocity Boundary Layer)



تشکیل لایه مرزی سرعت روی صفحه تخت

* لایه نازکی اطراف سطح موردنظر که تحت تأثیر اصطکاک سطح است را لایهٔ مرزی می‌گویند. در واقع قسمتی که سرعت در آن از سرعت سطح آزاد کمتر است. جریان در لایهٔ مرزی، جریان ویسکوز و خارج آن جریان غیرویسکوز است.

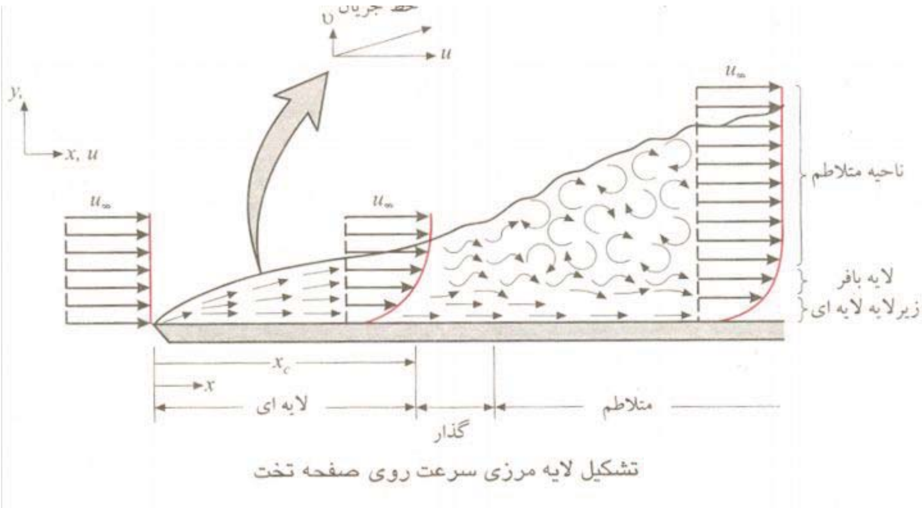
لایهٔ مرزی گرمایی: ***The thermal Boundary Layer***



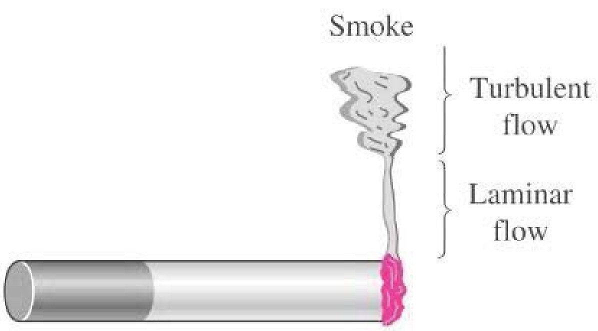
تشکیل لایه مرزی گرمایی روی صفحه تخت تکدما

$$\frac{T - T_S}{T_\infty - T_۲} = ۰.۹۹$$

* رشد لایهٔ مرزی در قسمت turbulent بیشتر است.



تشکیل لایه مرزی سرعت روی صفحه تخت



Laminar and turbulent flow regimes of cigarette smoke.

$$Re = \frac{pu_{\infty}x}{\mu} = \frac{U_{\infty}x}{v}$$

$$Re_{cril} = ۵\times۱۰^{۵}(\text{for flat plate})$$

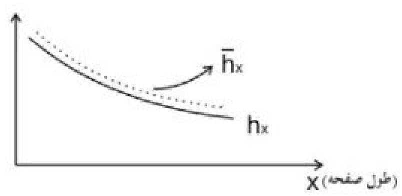
* رینولدز بحرانی به زبری سطح خیلی وابسته است. هر چه زبری سطح بیشتر باشد رینولـدز بحرانی کمتر است. یعنی جریان سریعتر بحرانی می‌شود.

* پارامتری که در لایه مرزی سرعت برای ما مهم است ضریب اصطکاک است چون با داشتن ضریب اصطکاک می توانیم برشی را حساب کنیم .

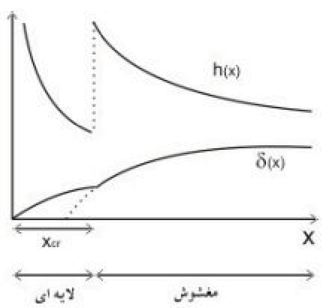
و با داشتن تنش برشی نیروی مقاومت سیال اصطکاک را بدست می آوریم .

$$CF = \frac{P}{\frac{1}{2}PV^{2}}$$

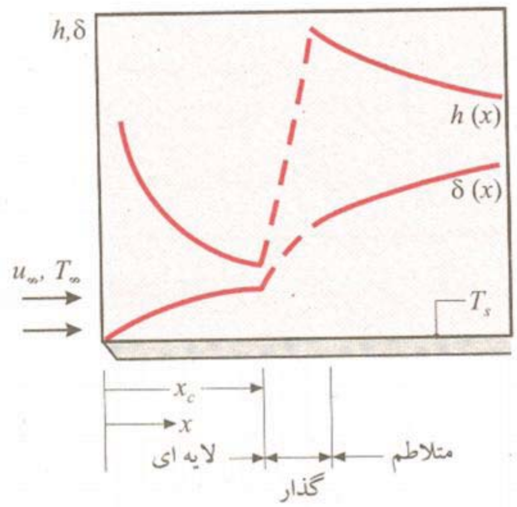
* در لایهٔ مرزی حرارت پارامتر کلیدی ضریب حرارت است (h)



– مقایسه تغییرات لایه مرزی سرعت و ضریب انتقال حـرارت جابجـائی در طـول یـک صفحه:



* نمودار تغییرات h با افزایش x



۵- تغییر ضخامت δ لایه مرزی سرعت و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی محلی h برای جریان روی صفحه تخت تک دما

لایهٔ اول: $q''_{cond} = q''_{conve}$

$$\Rightarrow -k\frac{\partial T}{\partial y} = h(T_s - T_\infty)$$

$$h = \frac{-k\dfrac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

1) در ابتدای سطح ضخامت لایهٔ مرزی صفر است در نتیجه $\frac{\partial T}{\partial y}$ اندازه بزرگی دارد ولی با پیش رفتن در جهت ضخامت لایهٔمرزی بیشتر می‌شود در نتیجه تغییرات $\frac{\partial T}{\partial y}$ کمتر است و ناگهانی نیست.

2) در ناحیهٔ Turbuleat چون تغییرات بسیار مغشوش است در نتیجه انتقال حرارت بیشتر است. به علت انتقال مولکول‌ها از لایه‌های پایین به بالا (همیشه مقدار h ناحیه Turbulent از مقدار h ناحیهٔ luminer بیشتر است.

3) در مورد ناحیهٔ Transition بحث نمی‌شود.

4) برای جریان روی سطح همیشه لایهٔ مرزی سرعت وجـود دارد ولـی در یـک جریـان روی سطح لایهٔ مرزی گرمایی زمانی وجود دارد که بین سطح و سیال اختلاف دما داشته باشیم.

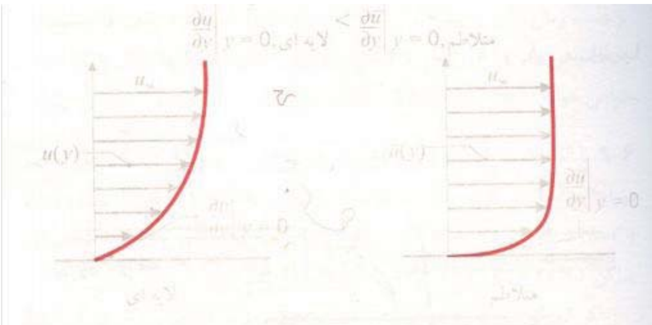
$$S \uparrow \left| \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial Y} \downarrow \\ PS \downarrow \rightarrow \; CF \downarrow \end{array} \right.$$

$$St \uparrow \left| \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial Y} \downarrow \\ h \downarrow \rightarrow \; q'' \downarrow \end{array} \right.$$

5 .در قسمت توربولنت کاهش CF آرامتر از قسمت لمینار است .

6.ضریب اصطکاک در قسمت Turbolent بیشتر از ضریب اصطکاک در قسمت laminar است .

*** تغییرات سرعت در قسمت خطی *(laminar)*:**



شکل ۶-۸ مقایسه نمایه‌ها در لایه مرزی هیدرودینامیکی لایه‌ای و متلاطم با سرعت جریان آزاد یکسان

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0}$$

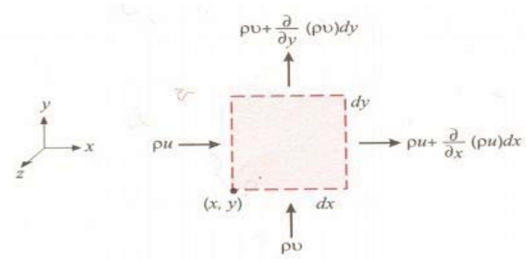
* مقدار $\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=۰}$ برای لایهٔ laminar کوچکتر از لایهٔ turbulent است در نتیجه چون ایـن شیب بیشتر است. تنش برش turbuleit بیشتر از laminar است.

$$\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=۰} \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \tau_{tubulent} \right\rangle \tau_{lo\min ar}$$

* چون کنش برش در سطح آشفته بیشتر است پس C_f ناحیهٔ آشفته از ناحیهٔ خطی:

معادلات لایهٔ مرزی The Boundary Layer Equations

(معادلهٔ بقای جرم) The conservation of mass Equation



حجم کنترل دیفرانسیلی (dx.dy.۱) برای پایستاری جرم در جریان دوبعدی سیال ویسکوز

$$\sum \dot{m}_i - \sum \dot{m}_e = \Delta \dot{m}_{c.v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow pu(dg \times ۱) + pv(dx \times ۱) = \left[pu + \frac{\partial (pu)}{Dx} dx \right](dy \times ۱) +$$

$$+ \left[pv + \frac{\partial pv}{\partial y} dy \right](dx \times ۱) \Rightarrow \frac{\partial (pu)}{\partial x} + \frac{\partial (pv)}{\partial y} = ۰$$ معادلهٔ پیوستگی در دو بعد

$$\frac{\partial (pu)}{\partial x} + \frac{\partial (pv)}{\partial y} + \frac{\partial (pw)}{\partial z} = ۰$$ معادلهٔ پیوستگی در سه بعد

Unsteady:

$$\Delta \dot{m}_{c.v} = \frac{\partial (pd_x d_y d_z)}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial (pu)}{\partial x} + \frac{\partial (pv)}{\partial y} + \frac{\partial (pw)}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial t}$$ معادلهٔ پیوستگی برای حالت ناپایدار

$$\vec{\nabla}.\left(\overrightarrow{PV}\right)=Div\left(pv\right)=\frac{\partial p}{\partial t}$$

$$p\vec{v}=pui+pvj+pwk$$

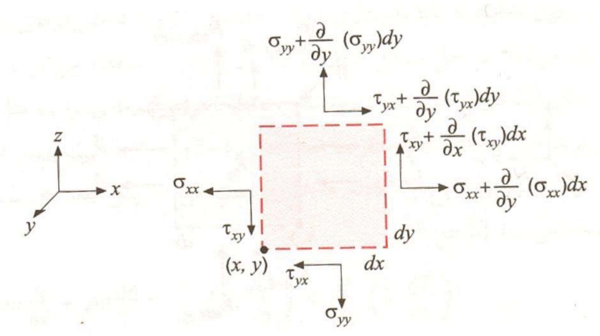
$$\vec{\nabla}=\frac{\partial}{Dx}i+\frac{\partial}{\partial y}j+\frac{\partial}{\partial z}k$$

If: p=de (incompressible fluid):

$$\Rightarrow\frac{\partial x}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=\text{۰}$$ معادلهٔ پیوستگی برای سیال تراکم‌ناپذیر

** برای سیال تراکم ناپذیر دیورژانس سرعت برابر صفر است.

Conservation of momentum Equation: معادلهٔ بقای مومنتوم (قانون دوم نیوتن)



$$Assumption:\begin{cases}\text{۱) دوبعدی (two dimensional)}\\ \text{۲) تراکم ناپذیر (incompressible)}\\ \text{۳) شرایط - پایدار (steady)}\\ \text{۴) خواص سیال ثابت (consteact properties)}\end{cases}$$

$$Q_x=\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial x}.\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial y}.\frac{\partial y}{\partial t}=u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\delta_m=P\left(dx.dyx\right)$$

$$\sum F_x=\max\Rightarrow p\left(dy\times\text{۱}\right)-\left[p+\frac{\partial p}{\partial x}dx\right]\left(dy\times\text{۱}\right)-$$

$$-\tau(dx\times ۱)+\left[\tau+\frac{\partial\tau}{\partial y}dy\right](dx\times ۱)+\underset{\text{نیروی حجمی}}{\times}(dxdydz)=pd_x dy$$

$$\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{\partial\tau}{\partial y}-\frac{\partial p}{\partial x}+X=p\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\tau=\mu\frac{\partial u}{\partial y}\Rightarrow\frac{\partial\tau}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{۱}{p}\left(\mu\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}+\frac{\partial p}{\partial x}+x\right)$$

$$x=۰\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=v\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}-\frac{۱}{p}\frac{\partial p}{\partial x}$$ x-direction momentum Equation

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=v\frac{\partial^۲ v}{\partial y^۲}-\frac{۱}{p}\frac{\partial p}{\partial y}\qquad y=۰\qquad x-direction$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=۰$$

* ترم نیروی حجمی فقط در سیالات که سرعت بالاست مانند صورت مدنظر گرفته می‌شوند.

$$B.C\begin{cases}y=۰ & u(x,۰)=۰,v(x,۰)=۰\\ y\to\infty & u(x,\infty)=U_\infty,v(x,\infty)=۰\\ x=۰ & u(۰,y)=U_\infty,v(۰,y)=۰\end{cases}$$ خارج لایه مرزی

$$U>>v\qquad\frac{\partial y}{\partial y}>>\frac{\partial u}{\partial x}$$

1) در خارج لایهٔ مرزی **v** صفر می‌باشد و در مرز لایهٔورزی سرعت صفر است یعنی **v,u** صفراند.

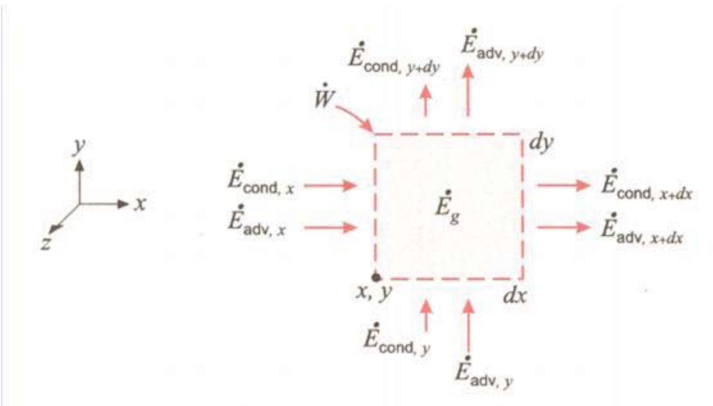
2) جریان تراکم ناپذیر به جریان می‌گویند که سرعت آن کمتر از **0.3** سرعت صورت باشد.

for flat plate $\frac{\partial p}{\partial x}=۰$

$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=v\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}$ معادلهٔ مومنتوم برای صفر است

3.Conservation of Energy Equation: معادلهٔ بقای انرژی for laminar flow

$$Assumption:\begin{cases}۱.two\ \text{Dimensiona l}\\ ۲.\text{steady state}\\ ۳.\text{ in compresible fluid}\\ ۴.\text{ constract properties}\end{cases}$$



* انرژی از یک سیستم به شکل با محیط خود مبادله می‌شود: کار، حرارت، جرم

$$\begin{aligned}&\dot{E}_{in,Heat,x}=\dot{Q}_x\\&\dot{E}_{out,Heat,x}=Q_x+\frac{y\dot{Q}_x}{\partial_x}dx\end{aligned}\Rightarrow\left(\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}\right)_{Heat,x}=\frac{\partial\dot{Q}_x}{\partial x}dx=\frac{\partial\left(-k\frac{\partial T}{\partial x}dy\right)}{\partial x}dx$$

$$\left(\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}\right)_{by}Heat,y=\frac{\partial\left(-k\frac{\partial T}{\partial y}dx\right)}{\partial y}dy=-k\frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}dxdy$$

$$\left(\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}\right)_{by}Heat,x=-k\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲}dxdy$$

$$\dot{E}_{in,mass,x}=p\dot{e}_{stream}udy$$

$$e_{strem} = utpo + ke + pe = h = CpT$$

$$\dot{E}_{in,mass,x} = pe_{stram} udy + \frac{\partial(pudyCpT)}{\partial x} dx$$

$$\left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{by,mass,x} = \frac{-\partial(uT)}{\partial x} Cpdxdy = -pC_p\left(u\frac{dT}{dx} + T\frac{\partial u}{\partial x}\right)dxdy$$

$$\left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{by.mass,y} = -pc_p\left(v\frac{\partial T}{\partial y} + T\frac{\partial v}{\partial y}\right)dxdy$$

$$\left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{by,mass,(x,y)} = -pc_p dxdy\left[u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + T\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]$$ معادلهٔ پیوستگی (تراکم ناپذیر)

قانون اول ترمو: $\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v}$

$$\left(\dot{E}_{in} - E_{out}\right)_{mass} + \left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{Heat} = ۰$$

$$-pc_p dxdy\left[u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right] + kdxdy\left(\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}\right) = ۰$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{pc_p}\left(\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}\right)$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}\right)$$

Assumption: Steady , laminar, incompressible flow, with constant

Properties. $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=٠$ continuity Equation (معادلهٔ پیوستگی)

$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=v\frac{\partial^٢ u}{\partial y^٢}-\frac{١}{p}\frac{\partial p}{\partial x}$ momentum E q.

$\underbrace{u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}}_{advection}=\alpha\underbrace{\frac{\partial^٢ T}{\partial y^٢}}_{conduction}+\underbrace{\frac{v}{Cp}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^٢}_{viscous\ pissipation\ \mu Q}$ Energy Eq.

1) اگر در رابطهٔ انرژی سرعت صفر باشد یعنی سیال ساکن باشد $u,v=٠$ درنتیجه فقط ترم رسانش در معادله باقی می‌ماند که بیانگر آن است که انتقال حرارت فقط ناشی از رسانش است.

For flot plate: $\left\{y>\delta\Rightarrow v=٠,u=u_\infty=cte\Rightarrow\frac{\partial\beta}{\partial x}=٠\right.$

2) در معادلهٔ انرژی از ترم $\frac{u}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^٢$ فقط در مواقعی نمی‌توان صرف‌نظر کرد که دارای سرعت صورت و یا روغن‌های با لزجت بالا باشیم. در این معادلات از اتلافات لزجت می‌توان صرفنظر کرد.

معادلات مومنتوم ساده شده $\begin{cases}u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=v\frac{\partial^٢ u}{\partial y^٢}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}:\text{for flat plate}\right)\\ u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^٢ T}{\partial y^٢}(\text{nogligible viscous})\end{cases}$ مجهولات سرعت (v,u) و دما (T)

* اگر سرعت مشخص باشد می‌توان تنش برشی و آنگاه نیروی اصطکاک دیواره را حساب کرد.

$\tau_s=\mu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=٠}\Rightarrow F_s=\tau_{S.A}$

* چون خواص ثابت‌اند، معادله‌های مومنتوم و پیوستگی قابل حل می‌باشند و مؤلفه‌های سرعت به دست می‌آیند (u,v) ولی تا زمانی که میدان سرعت مشخص نشده باشد. نمی‌توان توزیع دما را به دست آورد.

* با به دست آوردن توزیع دما که از رابطهٔ انرژی به دست می‌آید می‌توان ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) را به دست آورد.

اعداد بدون بعد:

عدد رینولدز $Re = \dfrac{pVl}{\mu}(\text{for flat pbte}: V = u_{\infty})$

L: طول مشخصه

$$R_e = \frac{inertia\ \ force}{viscous\ \ force} = \frac{vl}{v}$$

* اگر عدد رینولدز پایین باشد به این مفهوم است که نیروهای ویسکوز بیشتر از نیروهای اینرسی هستند. رینولدز بحرانی، رینولدزی است که جریان را از آرام به آشفته تبدیل می‌کند.

*اگر Re بزرگ بود به این معنی است که نیروهای اینرسی بیشتر از نیروهای وبیسکوزیته است . مثل ناحیه Turbolent

* هر چه زبری سطح بیشتر باشد، جریان سریعتر آشفته می‌شود یعنی در رینولدزهای پایین‌تری اتفاق می‌افتد.

ضریب بی‌بعد انتقال حرارت:

Nusselt number: **(عدد ناسلت)**

$$Nu = \frac{h_x.x}{k_f}$$

k_f : مربوط به سیال, $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{۲} (\text{fime temperatu re})$

k_f * باید در دمای τ_f خوانده شود.

عدد ناسلت: شیب بی‌بعد دما در سطح

3.prandtel number: $pr = \frac{D}{\alpha} = \frac{\mu / p}{\frac{k}{pc_p}} = \frac{\mu c_p}{k}$

$$\Pr = \frac{\text{پخش مولکولی مومنتوم}}{\text{پخش مولکولی گرمایی}} = \frac{\text{moloucular diffusivit y of mo}}{\text{moloucular diffusivit y of Heat}}$$

* عدد پرانتل جزء خواص سیال است چون تمام مقادیر رابطهٔ آن از خواص سیال می‌باشند.
پرانتل جز خواص یک سیال است . تنها عدد بدون بعدی است که به نوع سیال بستگی دارد .
اگر Pr<1 یعنی انتقال حرارت سریعتر انجام می شود . در نتیجه لایه مرزی حرارتی بزرگتر از لایه مرزی سرعت است .

عدد پرانتل برای مواد مختلف:

$pr_{liguid\ metal} << ۱$	0.004-0.03
$pr_{gass} \approx ۱$	0.7-1
$pr_{water} > ۱$	1.3-17
$pr_{oils} >> ۱$	$50\text{-}10^5$

* $pr_{gass} \approx ۱$ یعنی لایهٔ مرزی حرارت و سرعت با یکدیگر برابرند.

* برای فلزات مایع $\delta_t > \delta$

* برای روغن‌ها $\delta > \delta_t$

* فلزات مایع دارای فشار بخار پایین (زود بخار می‌شوند) و ظرفیت گرمایی بالایی دارند ولی خوردگی ایجاد می‌کنند و واکنش‌زا هستند.

برای جریان لایه‌ای: $\frac{\delta}{\delta_t} = pr^n$

$$\begin{cases} \text{gasses}: P_r = ۱ \quad \delta \approx \delta_t \\ \text{liquid metal}: P_r << ۱ \ \delta << \delta t \\ \text{oils}: P_r >> ۱ \quad P_r >> ۱ \quad \delta >> \delta t \end{cases}$$

4. pecelt Number:

$$pe = \text{Re}.pr$$

$$pe : \text{Re}, \text{Pr} \Big| \Rightarrow \frac{VL}{J}.\frac{J}{X} \Rightarrow \frac{VL}{X}$$

5. stantom. Number: (عدد استانتون) $st = \frac{Nu}{pe}$

$$St : \frac{Nu}{Pe} \Bigg| = \frac{\frac{hl}{kf}}{\frac{vl}{x}} = \frac{h\frac{kf}{pcp}}{kfv} = \frac{h}{pcpv}$$

6. colbarn y factor:(عدد کولبرن) $J = St.pr^{\frac{۲}{۳}}$

7. Grashot Number:(عدد گراشف) $Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)l^۳}{v^۲} = \frac{\textit{Buoyancy}\ \text{force}}{\text{viscous force}}$

8. $Ra : Gr.\text{Pr}$

(Chilton-colburn Analogy) : Re اصلاح شده تشابه

$$\frac{cf}{2} = st.pr^{\frac{2}{3}}$$

$$o.b \le pr \le bo$$

خیلی از سیالات را در بر می گیرد همیشه در صفحه تخت صادق چه در حالت laminar و چه Turbolent این تشابه برای داخل لوله ها در جریان laminar این صادق نیست . ولی برای جریان Turbolent می توانیم به کار ببریم . چون در جریان Turbolent تغییرات فشار در راستای x خیلی کم است (نداریم) ولی در جریان laminar تغییرات فشار در راستای x داریم.

تحلیل ارتباط بین مومنتوم و انتقال حرارت:

Analogies between momentum and Heat transfer:

$$C_f = \frac{\tau_s}{\frac{1}{2}\rho V^2} \qquad F_f = T_s.A = C_f.\frac{1}{2}pv^2 A$$

$$h, Nu = \frac{h_x.x}{k_f}$$

Reynolds Analogy: For steady, incomepressible, laminar flow of a fluid with constaut properties (جریان آرام با خواص ثابت)

معادلهٔ مومنتوم: $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\left(\frac{\partial p}{\partial x} = 0\right)$

معادله انرژی: $u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ negligible

p^*, x^*: طول و فشار بی‌بد می‌باشند.

$$p^* = \frac{p}{pv^2}, \qquad x^* = \frac{x}{l}$$

$$C_f/2 = st \qquad \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = 0, \qquad P_r = 1 \qquad \text{(flat plate)}$$

chilton – Colburn Analogy:

$$\frac{C_f}{2} = st.pr^{\frac{2}{3}} = j \qquad 0.6 \le pr \le 60$$

$$st = \frac{Nu}{pe} = \frac{Nu}{\mathrm{Re}.pr} = \frac{\frac{hx}{k}}{\frac{vx}{v}.\frac{v}{\alpha}} = \frac{h}{PV_{Cp}} \qquad \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = ٠$$

St: عددی بی‌بعد براساس h می‌باشد.

* روابط بالا برای جریان آرام و روی صفحهٔ تخت صادق است. ولـی بـرای جریـان آرام درون لوله صادق نیست. $\left(\frac{\Delta p^*}{\Delta x^*} \neq ٠\right)$

Chupter 7

External flow: جریان خارجی

* جریان خارجی، جریان‌هایی هستند که در آنها لایه مرزی بتواند آزادانه رشد کند.

Assumption: steady, laminar, incompressible flow of fluid

With constant properties: , $\frac{\partial p}{\partial x}=۰$ (اتلاف ویسکوزیته ناچیز)

فرضیات: جریان پایدار، لایه‌ای، تراکم ناپذیر با خواص ثابت

***استخراج معادلات:**

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=۰$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=v\frac{\partial^۲ v}{\partial y^۲}$$

$$u.\frac{\partial T}{\partial x}+v.\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}$$

Similarity solution: روش تشابهی

$u=\frac{\partial \Psi}{\partial y}$, $\quad v=-\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ $\quad$ تابع جریان: Ψ

$۲f'''+ff''=۰$ $\quad$ Blasius Equation(معادله بلازیوس)

حل معادله $\frac{\delta}{x}=\frac{۵}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}, \mathrm{Re}=\frac{Vx}{v}=\frac{U_\infty x}{v}\Rightarrow$

$$\Rightarrow\frac{\delta}{x}=\frac{۵}{\sqrt{\frac{U_\infty x}{v}}}\Rightarrow\delta\alpha x^{\frac{۱}{۲}}$$ رابطهٔ (1)

نکات:

* در x یکسان ضخامت لایهٔ مرزی سیال با ویسکوزیته بالاتر بیشتر است مثلاً آب و هوا ضخامت لایهٔ مرزی آب بیشتر است. (هرچه ویسکوزیته سیال بیشتر باشد ضخامت لایهٔ مرزی آن بیشتر است)

* رشد لایهٔ مرزی در ناحیهٔ laminar با $\sqrt{x}$ متناسب است.

* هرچه سرعت زیاد شود مخرج رابطهٔ (1) بزرگتر می‌شود و ضخامت لایه مرزی کمتر می‌شود (در یک x مساوی)

$$\text{Turbulent:}\ \frac{\delta}{x}=\frac{۰.۳۷}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۵}}}\Rightarrow \delta\ \alpha\ x^{\frac{۴}{۵}}$$

* رشد لایه مرزی در قسمت turbulent با $x^{\frac{۴}{۵}}$ متناسب است و از رشد لایه مرزی در ناحیهٔ laminar بیشتر است.

For flat plate: **(برای صفحه تخت)**

$$\text{laminar}:\frac{\delta}{\mathrm{x}}=\frac{۵}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}}\qquad \mathrm{Re}_x=\frac{pvx}{\mu}=\frac{vx}{\upsilon}$$

$$\mathrm{Re}<۵\times ۱۰^{۵}\qquad C_f=\frac{۰.۰۶۶۴}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}}\qquad \Rightarrow \delta\alpha x^{\frac{۱}{۲}}$$

From chiltion – colburn enalogy:

$$\frac{C_f}{۲}=st.pr^{\frac{۲}{۳}}\Rightarrow \frac{\frac{۰.۶۶۴}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}}}{۲}=\frac{Nu_x}{\mathrm{Re}_{x.pr}}.pr^{\frac{۲}{۳}}\qquad C_f\alpha\frac{۱}{x^{\frac{۱}{۲}}}$$

$$\Rightarrow Nu_x = ۰.۳۳۲ \mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}} . pr^{\frac{۱}{۳}} = \frac{h_x . x}{k} \rightarrow h \alpha \frac{۱}{x^{\frac{۱}{۲}}}$$

$$۰.۶ \le pr \le ۶۰$$

برای فلزات مایع با عددprبسیار کوچک : $Nu_x = ۰.۵۶۵ Pe_x^{\frac{۱}{۲}} \begin{cases} pr \le ۰.۰۵ \\ pr \ge ۱۰۰ \end{cases}$

$$\frac{\delta}{\delta_t} = pr^{\frac{۱}{۳}} \rightarrow \delta_t = \frac{\delta}{pr^{\frac{۱}{۳}}}$$

For flat plate & turbulent: $۵ \times ۱۰^{۵} < \mathrm{Re}_x < ۱۰^{۷}$

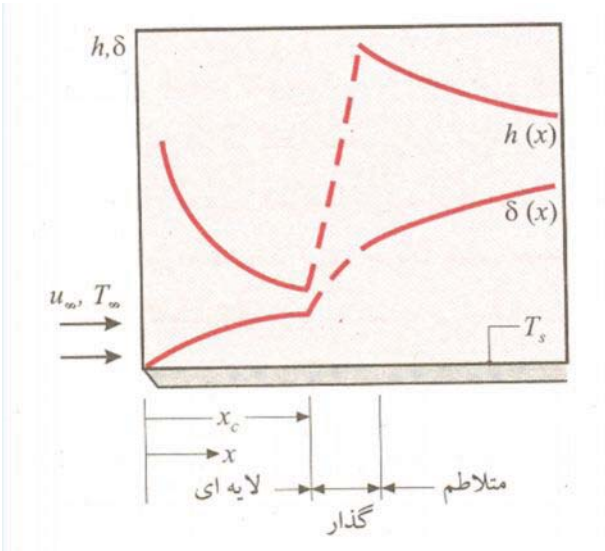
$$\frac{\delta}{x} = \frac{۰.۳۸}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۵}}} \qquad C_f = \frac{۰.۰۵۹۲}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۵}}} \rightarrow C_f \alpha \ x^{\frac{۱}{۵}}$$

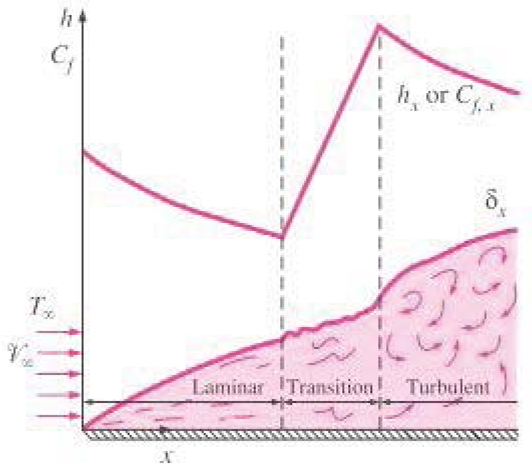
$$Nu_x = ۰.۰۲۹۶ \ \mathrm{Re}_x^{\frac{۴}{۵}} . pr^{\frac{۱}{۳}} = \frac{h_x . x}{k} \rightarrow h \ \alpha \ x^{\frac{1}{5}} \qquad \delta \approx \delta_t$$

$$\delta_{\alpha} x^{\frac{۴}{۵}}$$

* رشد لایهٔ مرزی در قسمت laminar از قسمت turbulent بیشتر است.

$la\min ar = \frac{s}{x} = \frac{5}{\sqrt{\mathrm{Re}\, x}} = \frac{5}{\mathrm{Re}\, x^{\frac{1}{2}}}$	$cfx = \frac{o.664}{\mathrm{Re}\, x^{\frac{1}{2}}}$	$S\alpha\ X^{\frac{1}{2}}$
$Turbolent = \frac{s}{x} = \frac{0.382}{\mathrm{Re}\, x^{\frac{1}{5}}}$	$cfx = \frac{0.0592}{\mathrm{Re}\, x^{\frac{1}{5}}}$	$S\alpha\ X^{\frac{4}{5}}$





Laminar: $h = ۲h_x$

$$Nu_x = ۰.۳۳۲\ \mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}} . pr^{\frac{۱}{۳}} = \frac{h_x . x}{k} \Rightarrow h_x = answer \quad \Rightarrow h = answer$$

$$\overline{Nu} = ۲\,Nu_x = ۰.۶۶۴\ \mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}} . pr^{\frac{۱}{۳}}$$

$$\overline{C}_f = C_{fx} = ۲\left(\frac{۰.۶۶۴}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}}\right) = \frac{۱.۳۲۸}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}}$$

* عدد ناسلت برای حالات مختلف انتقال حرارت $(q = cte, T_s = cte)$

Laminar:

$$q''= cons\tan t\begin{cases} Nu_x = ۰.۴۵۳\ Re_x^{\frac{۱}{۲}} . pr^{\frac{۱}{۳}} \\ \text{Turbulent} \quad : Nu_x = ۰.۰۳۰۸\ Re_x^{\frac{۴}{۵}} . pr^{\frac{۱}{۳}} \end{cases} \qquad Nu_{q''=cte} > Nu_{T=cte}$$

عدد ناسلت برای حالت سطح با شار حرارت ثابت بیشتر از حالت سطح با دما ثابت است.

$$T_s = cte\begin{cases} \text{laminar} \quad : \text{Nu}_x = ۰.۳۳۲\ Re_x^{\frac{۱}{۲}} . pr^{\frac{۱}{۳}} \\ \text{turbulent} \quad : \text{Nu}_x = ۰.۰۲۹۶\ Re_x^{\frac{۴}{۵}} . pr^{\frac{۱}{۳}} \end{cases}$$

سوال:

در قسمت laminar اختلاف بیشتر است یا Turbolent؟ در laminar

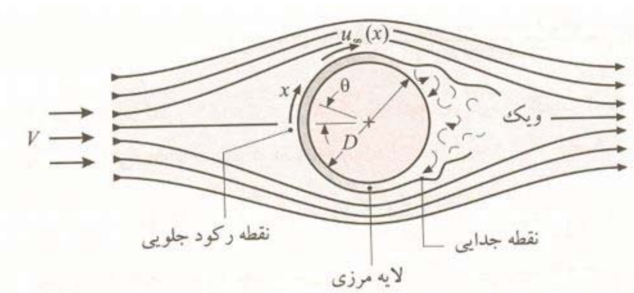
$$la\min ar\ \frac{Nuq''=cte}{NuTS=cte} = \frac{0.453}{0.332} \cong 1.36$$ ٪36 بیشتر

$$Turbolent\ \frac{Nuq''=cte}{NuTs=cte} = \frac{0.0308}{0.0296} \approx 1.04$$ ٪0/04 بیشتر از

* در جریان laminar ضریب انتقال حرارت در شار ثابت 36% بیشتر از دما ثابت است.

و در جریان tubulet ضریب انتقال حرارت در شار ثابت 0.04% بیشتر از دما ثابت است.

*** بررسی حرکت جریان روی لولۀ استوانه‌ای:**

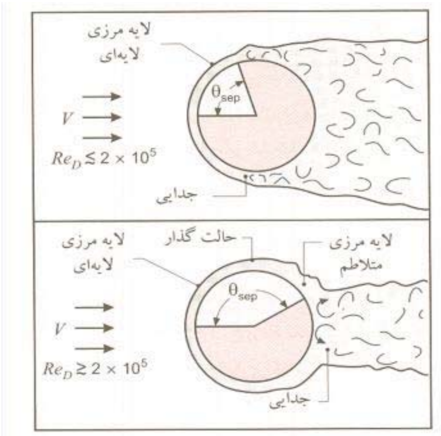


تشکیل لایه مرزی و جدایی روی استوانه دوار در جریان عرضی

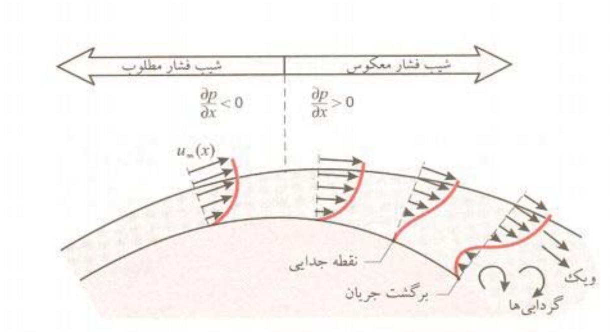
$$\frac{p}{p} + gz + \frac{v^۲}{۲} = cte$$ برنولی

$z = cte$

* در نقطهٔA با توجه به رابطهٔ برنولی چون سرعت صفر است بیشترین فشار را داریم

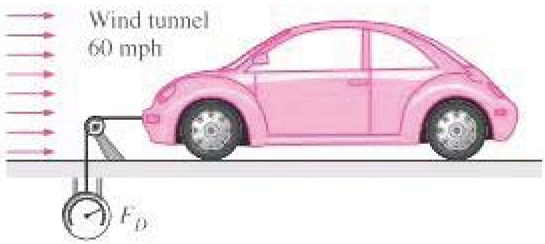


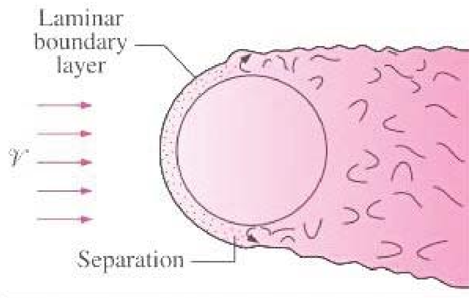
تأثیر تلاطم بر جدایی



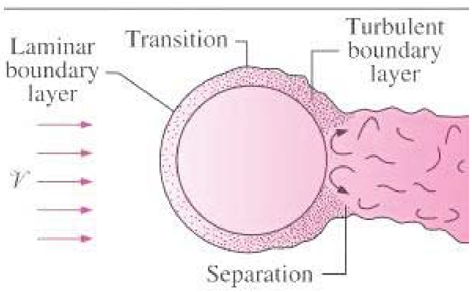
نمایه سرعت مربوط به جدایی روی استوانه دوار

در جریان عرضی





(a) Laminar flow (Re < 2×10^5)



Laminar: $\theta_{s.p} \approx ۸۰^o$

$$\mathrm{Re}_D = \frac{PVD}{\mu} = \frac{VD}{v} \qquad \mathrm{Re}_{D_{cr}} = z \times ۱۰^{۵}$$

brug :D

C: نیرویی که به جسم وارد می‌شود.

$$C_D = C_{D\,,\,friction} + C_{D\,,\,pressure}$$

Lurbulet: $\theta_{s\,.\,p} \approx ۱۴۰^{o}$

Re بحرانی برای صفحه $Re=5.10^5$

Re بحرانی برای استوانه ای و کره $Re=2.10^5$

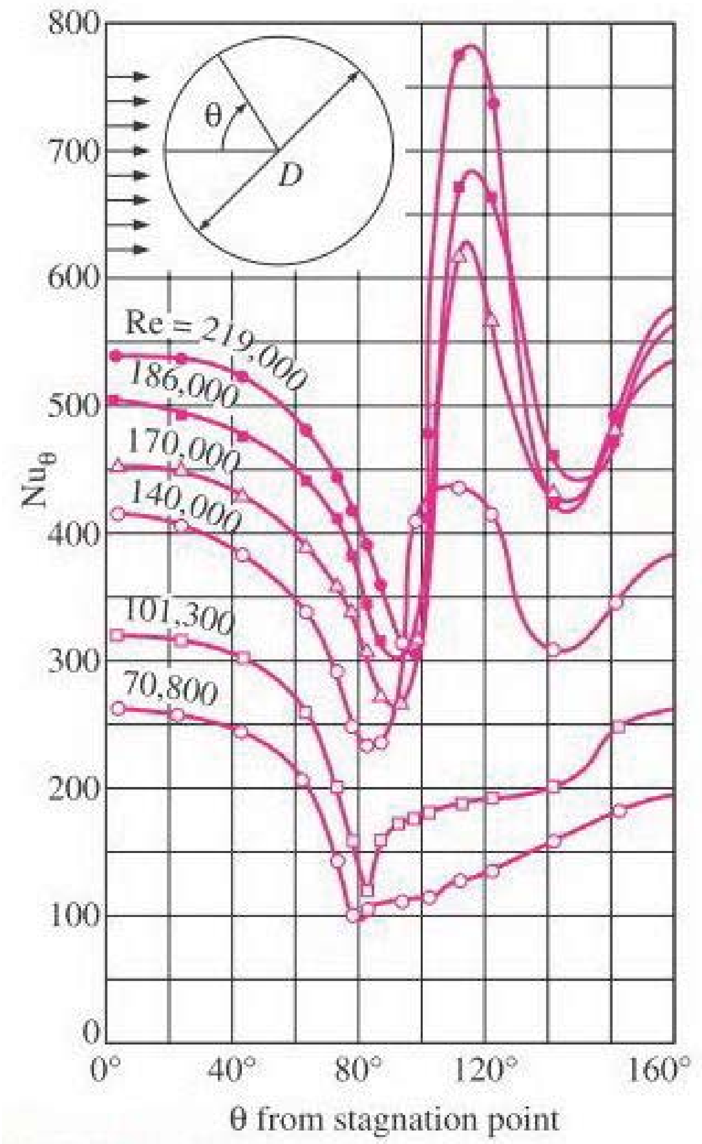
این اعداد به شدت به زبری بستگی دارد چون هر چه سطح زبرتر باشد جریان سریعتر Turbolent می شود و هر چه صافتر باشد در جریان پائین تری جریان Turbolent می شود.

سوال:

*نقطه جدایی به laminar یا Turbolint بودن جریان ربطی دارد یا نه ؟

*در laminar یا Turbolent ؟ چه عاملی سبب جدایی می شود؟

*چرا توپ های گلف را زبر می سازند؟

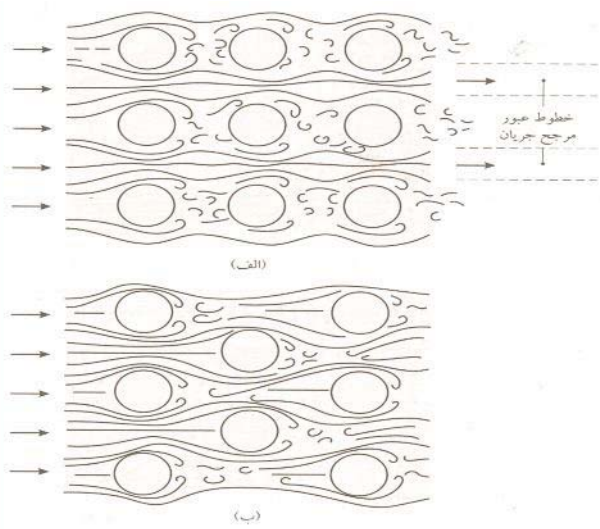


* این نمودار دارای دو نقطهٔ min است اولین min به دلیل تبـدیل جریـان آرام بـه آشـفته است و دومین نقطهٔ min به دلیل نقطهٔ جدایی است.

*در جریان Turbolent 2تا min داریم Min دومی همان نقطه جدایی است min اولـی تبدیل laminar به Turbolent است .

* در صفحه تخت ابتدا گر ادیان زیاد است سپس بخاطر رشد لایه مرزی افت داریم و بعـد از آن بخاطر تبدیل جریان laminar به Turbolent افزایش داریم و بعد از آن بخاطر رشـد لایه مرزی افت داریم .

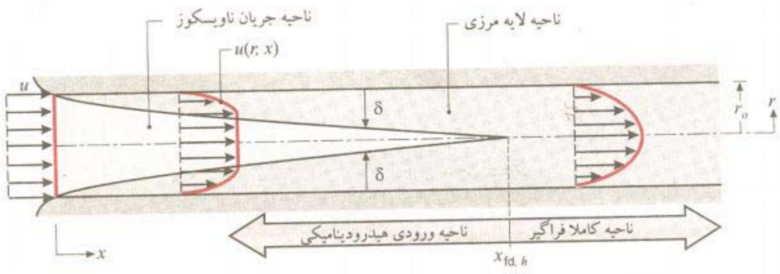
جریان روی دسته لوله‌ها:*Flow across tabe banks*



شرایط جریان برای آرایش: (الف) مستطیلی و (ب) مثلثی

*در لوله‌های دوم و سوم انتقال حرارت بیشتر است چون در اثر برخورد جریـان بـا لولـه اول جریان turbulent ایجاد می‌شود.

Chapter 8: Internal f.low:جریان داخلی



گسترش لایه مرزی هیدرودینامیکی لایه‌ای در یک لوله دایره‌ای

$$\begin{cases} \text{Laminar}: \left(\dfrac{x_{\text{fol,h}}}{D}\right)_{low} = ۰.۰۵\text{Re}_D \\ \text{turbulent}: 10 \le \left(\dfrac{x_{\text{fol,h}}}{D}\right)_{turb} \le ۶۰ \end{cases}$$

Turbuleut: $x_{fol.h} \approx ۱۰D$ $\qquad$ $\text{Re}_D = \dfrac{pu_m D}{\mu}$

$$\dot{m} = \rho u_m^A = (\rho u_m D)\frac{\pi D}{۴}$$

$$\text{Re}_D = \frac{۴\dot{m}}{\mu \pi D}$$

$$\text{Re}_{cir} \approx ۲۳۰۰$$

کاملاً متلاطم: $\text{Re}_{cir} : ۱۰^۴$

لایه مرزی نمی تواند آزادانه حرکت کند در لوله ها در ناحیه غیر چسبنده سیال هنوز تحت تأثیر ویسکوزیته (چسبندگی قرار نگرفته است .) از طول ورودی سرعت به بعد را جریان کاملاً توسعه یافته می گویند.

سرعت تابعی x هم تابعی از شعاع است .

اگر لوله ما دایره ای شکل نباشد وقطر را نداشتیم از قطر هیدرولیکی استفاده می کنیم.

$$Dh = \frac{4A}{P}$$

$$Dh = \frac{4\frac{\pi d^2}{4}}{\pi D} = D$$

$$Dh = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

$$Dh = \frac{4a^2}{4a} a$$

مقایسه پیشینه در جریان آرام و جریان آشفته:

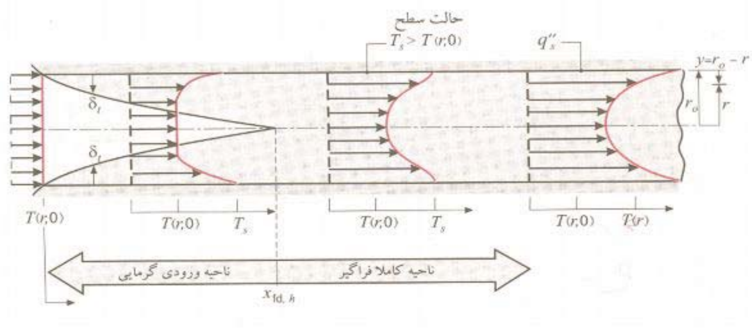
* سرعت در مرکز لوله $(U_{\max})$ در لوله جریـان Laminar از لولـه باجریـان turbulent در صورت ثابت بودن دبی بیشتر است. چون:

$$\dot{m} = cte \Rightarrow pu_{m.A} = cte \Rightarrow U_{mlam} = U_{mtur} \Rightarrow U_{\underset{law}{\max}} > U_{\underset{lur}{\max}}$$

$$la\min ar : f = \frac{۴}{C_f}$$

*جریان سیال وارد لوله می شود فرض کنیم دمای سیال وسطح مساوی نباشد سپس یک لایه مرزی حرارتی بوجود می آید.

*از طول ناحیه گرمایی به بعد جریان کاملاً توسعه نیافته اسـت اگـر دمـای سـطح بیشـتر از دمای سیال باشد min دما درمرکز لوله اتفاق می افتد.



گسترش لایه مرزی گرمایی در لوله دایره‌ای گرم شده

$$\begin{cases} \text{laminar}: \left(\dfrac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} = ۰.۰۵\,\text{Re}_D\,.pr \\ \text{turbulent}: \left(\dfrac{x_{f,D},t}{D}\right)_{turb} \approx b \Rightarrow x_{fdt} = ۱۰D \end{cases}$$

* در جریان کاملاً فراگیر گرمایی سیالی با خواص ثابت ضریبی جا به جایی محل مســتقل از X ثابت است.

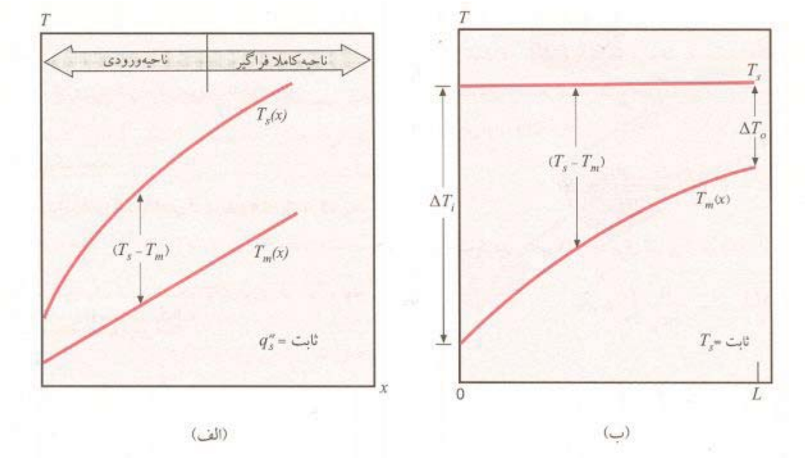
*اگر روغنی در حالت laminar داشتیم کل جریان را می توانیم توسعه یافته در نظر بگیریم فزات مایع خیلی سریع جریان توسعه یافته می شود.

در مرز لوله ها cond = conr چون سرعت روی سطح لوله ها صفر است .

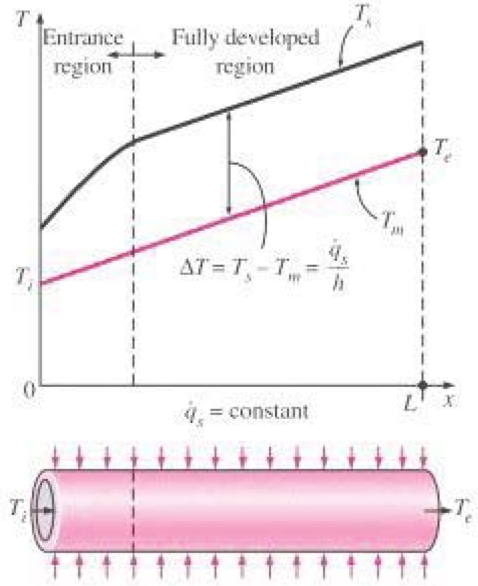
$$h = -k\frac{\partial T}{\partial V}/ = h = (TS - TM)$$

$$\Rightarrow h = \frac{-kf\dfrac{\partial T}{\partial V})r = R}{TS - TM}$$

* هنگامی که دمای سطح ثابت باشد شار حرارتی ثابت نیست.



تغییرات محوری دما برای انتقال گرما در لوله.(الف) شار گرمای ثابت در سطح،(ب) دمای ثابت در سطح



$$q'' = h(T_s - T_m)$$

$$q'' = h(T_s - T_m) = cte$$

* در نمودار چون q'' ثابت است هر چه h کمتر باشد باید ΔT بیشتر باشد و با افزایش h مقدار ΔT کاهش می‌یابد.

عدد ناسلت در جریان آشفته:

Turbulent: $Nu = ۰.۰۲۳ \mathrm{Re}^{۰.۸} . pr^{n}$ $\qquad ۰.۶ < pr < ۱۶۰ \qquad \mathrm{Re} > ۱۰^{۴}$

$$\begin{cases} \text{Heating } \mathrm{T_s} > T_m & n = ۰.۴ \\ \text{cooling } \mathrm{T_s} < T_m & n = ۰.۳ \end{cases}$$

* زمان جریان توسعه یافته است (در جریان که $\frac{l}{D} \geq ۱۰$)